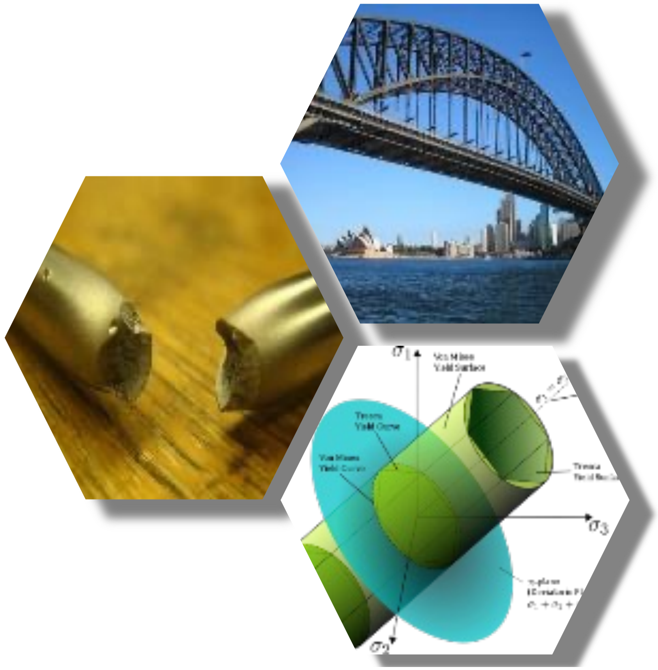
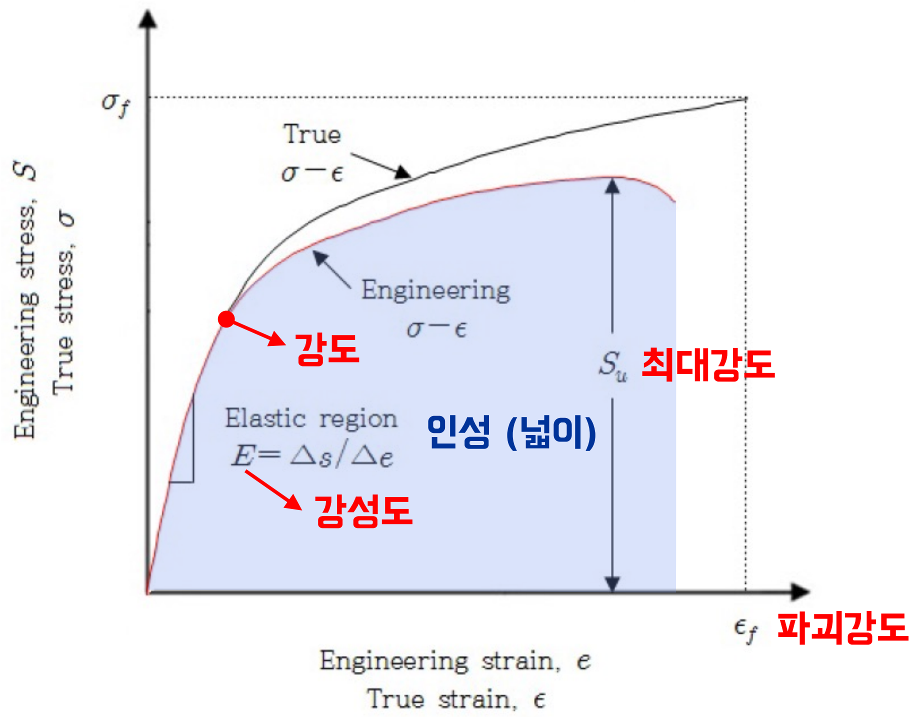
제3장 응력의 변환



Chapter 2. 요약

재료시험

1. 인장시험 (Tension test)
2. 압축시험 (Compression test)
3. 굽힘시험 (Bending test)
4. 비틀림시험 (Torsion test)
5. 충격시험 (Impact test)
6. 경도시험 (Hardness test)
7. 마모시험 (Wear test)



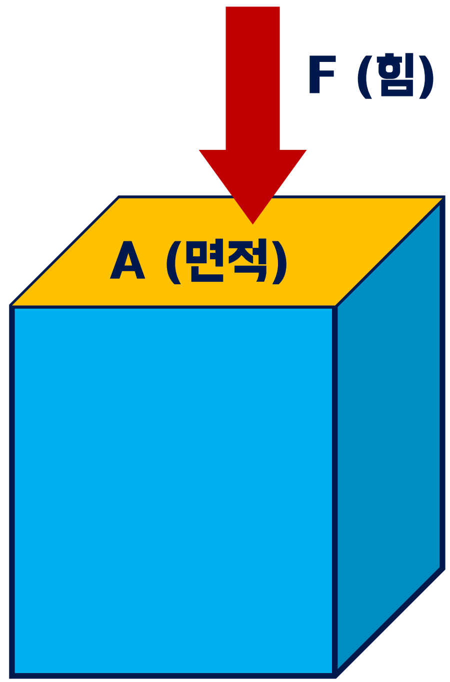
응력과 변형률 (Stress and strain)

- ✓ 공칭 응력 (Engineering stress) - 공칭 변형률 (Engineering strain)
- ✓ 진응력 (True stress) - 진 변형률 (True strain)

응력의 종류

응력 (stress) 의 정의: **단위면적 당 힘의 세기**

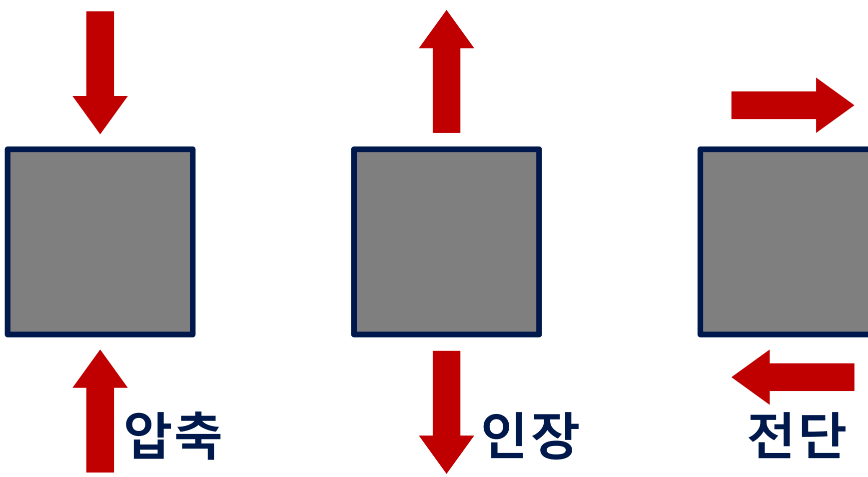
응력의 단위 : N/m^2 = Pa (파스칼)



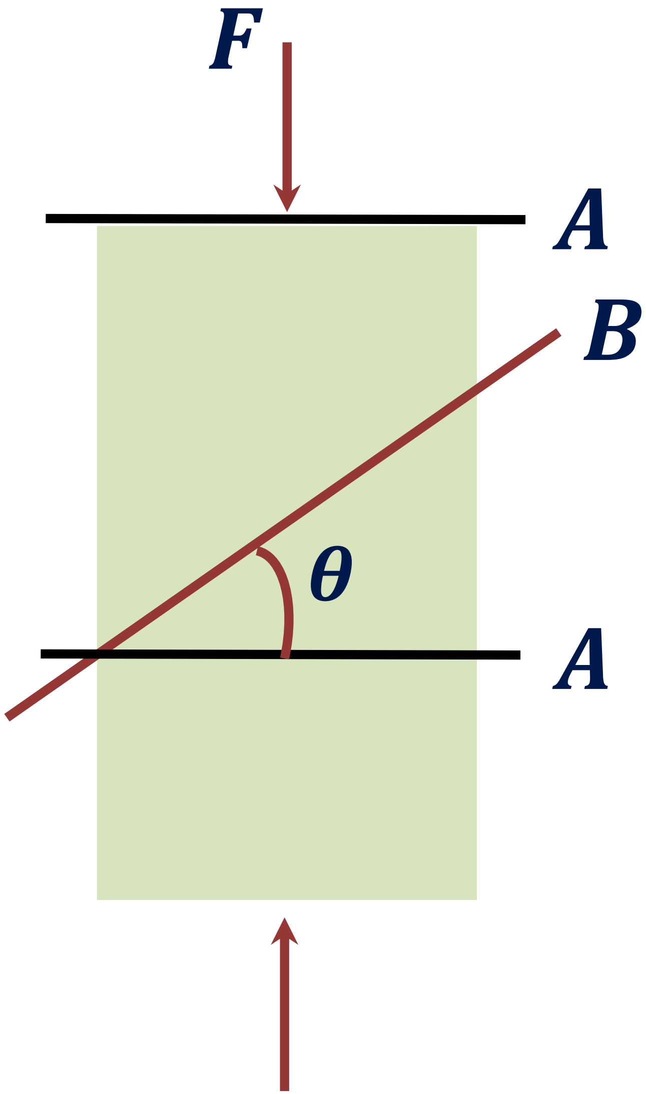
- 수직응력(Normal stress, σ)
  :**면에 법선(normal)**으로 작용하는 응력
  (압축응력, 인장응력)

- 전단응력(Shear stress, τ)
  :**면에 수평(parallel)**으로 작용하는 응력

$$\sigma = \frac{F(P)}{A}$$



응력의 방향



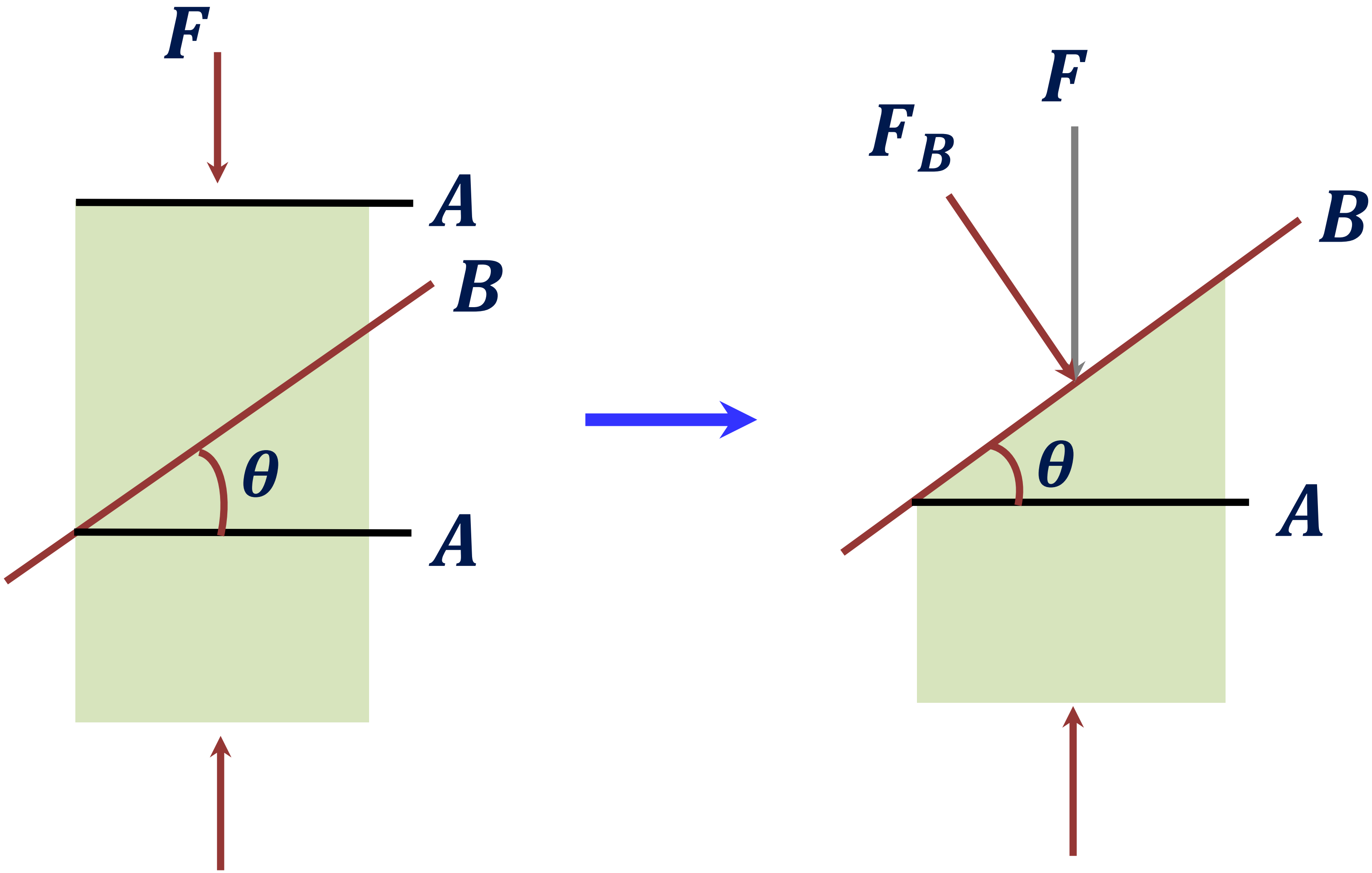
수직응력(A면)
: 면에 '수직'

$$\sigma_A = \frac{F}{A}$$

전단응력(A면)
: 면에 '수평'

$$\tau_A = 0$$

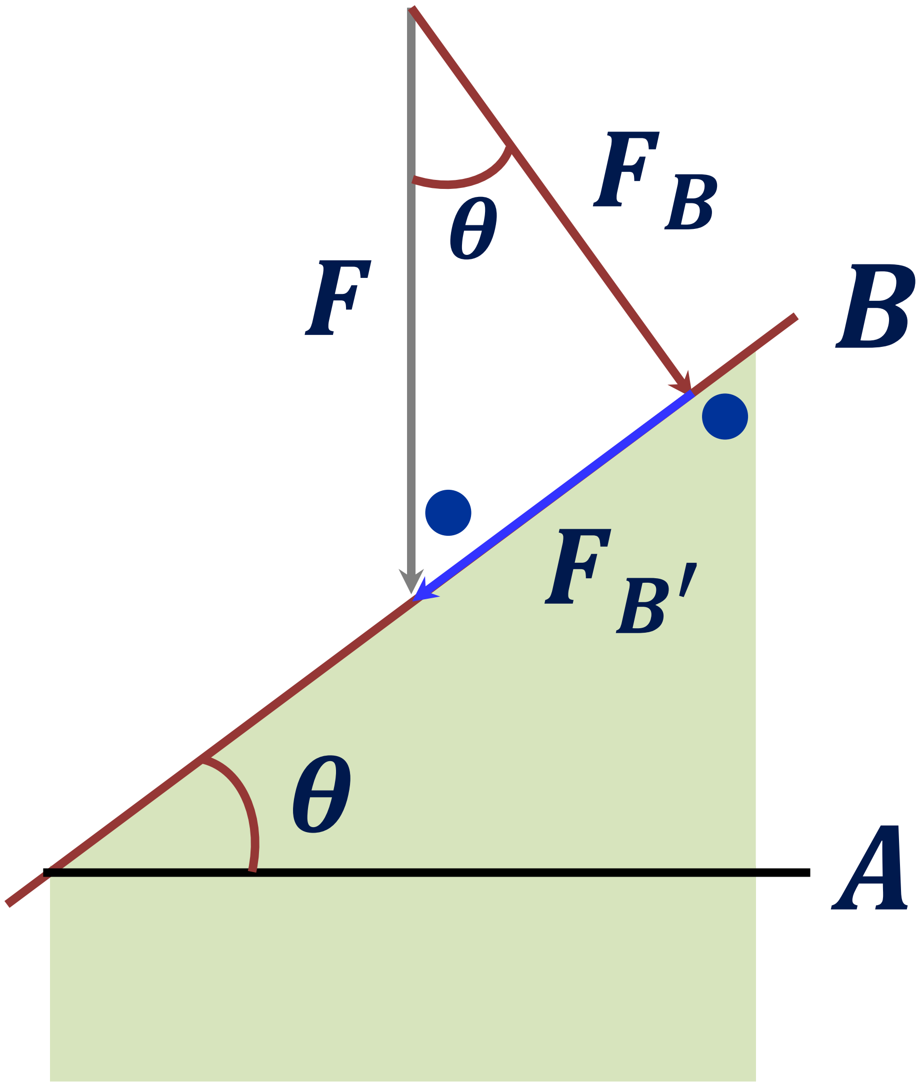
응력의 방향



경사면(B) 에서의 수직응력, 전단응력은 ?

TheMAD

응력의 방향



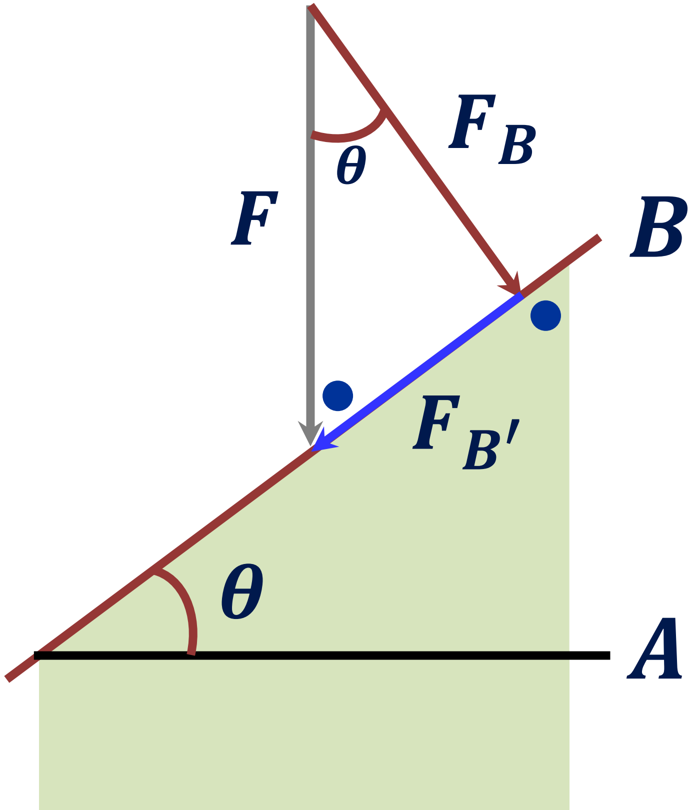
$$F_B = F cos\theta$$

$$F_{B'} = F sin\theta$$

$$A = B cos\theta$$

$$\therefore B = A/cos\theta$$

응력의 방향



수직응력(B면): 면에 '수직'

$$\sigma_B = \frac{F_B}{B} = \frac{F\cos\theta}{A/\cos\theta} = \frac{F}{A}(\cos\theta)^2$$

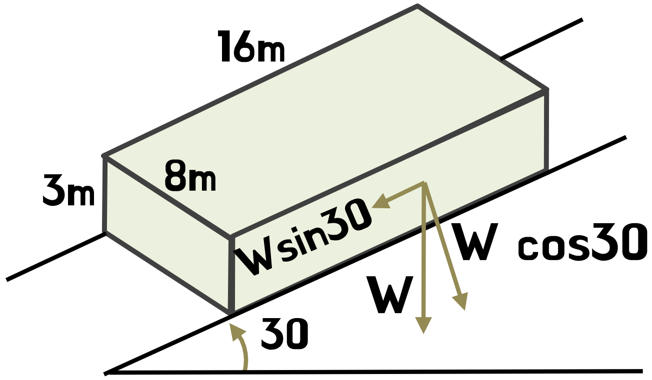
$$= \sigma_A(\cos\theta)^2$$

전단응력(B면): 면에 '수평'

$$\tau_B = \frac{F_{B'}}{B} = \frac{F\sin\theta}{A/\cos\theta} = \frac{F}{A}\cos\theta\sin\theta$$

$$= \sigma_A\cos\theta\sin\theta$$

예제 1. 바닥면에 작용하는 수직응력과 전단응력



블록의 단위중량 : 2700kg/m³

$$W = \rho \cdot V = 2700\ kg/m^3 \times V$$

$$V = (16\,m \times 8\,m \times 3\,m)$$

$$= 2700\ kg/m^3 \times 384\,m^3$$

$$= 1{,}036{,}800\ kg \qquad 1\ kg = 9.81\ N$$

$$= 10{,}171{,}008\ N$$

$$A = 16\,m \times 8\,m = 128\,m^2$$

$$\sigma = \frac{10{,}171{,}008\ N \times cos30^{\circ}}{128\ m^2} = 68{,}815.24461\ \ldots\ N/m^2\ \ (or\ Pa)$$

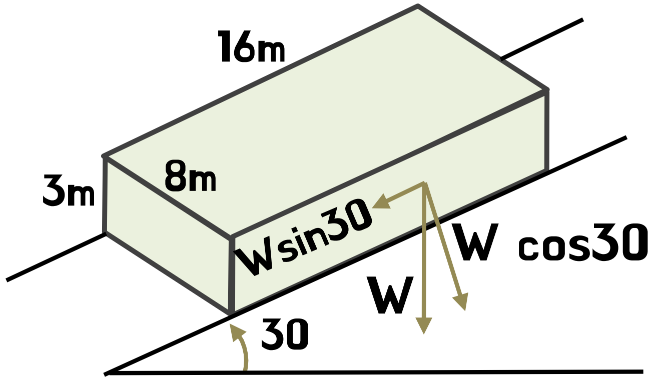
$$= 6.88 \times 10^4\ N/m^2 = 6.88 \times 10^4\ Pa$$

$$\cancel{= 68.82 \times 10^3\ N/m^2}$$

$$= 68.82\ KPa = 6.88 \times 10^1\ KPa$$

$$\cancel{= 0.69 \times 10^2\ KPa}$$

예제 1. 바닥면에 작용하는 수직응력과 전단응력



블록의 단위중량 : 2700kg/m³

$$W = \rho \cdot V = 2700\ kg/m^3 \times V$$

$$V = (16\,m \times 8\,m \times 3\,m)$$

$$= 2700\ kg/m^3 \times 384\,m^3$$

$$= 1{,}036{,}800\ kg \qquad 1\ kg = 9.81\ N$$

$$= 10{,}171{,}008\ N$$

$$A = 16\,m \times 8\,m = 128\,m^2$$

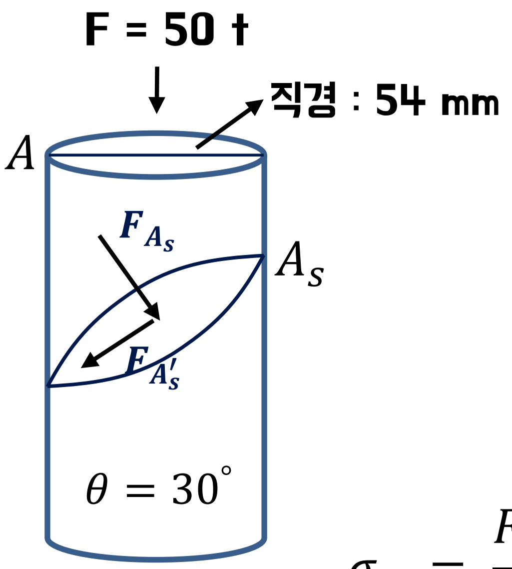
$$\tau = \frac{10{,}171{,}008\ N \times sin30^{\circ}}{128\,m^2} = 39{,}730.5\ N/m^2\ \ (or\ Pa)$$

$$= 3.97 \times 10^4\ N/m^2 = 3.97 \times 10^4\ Pa$$

$$= 39.73\ KPa = 3.97 \times 10^1\ KPa$$

TheMAD

예제 2. 원주형 시험편의 수직응력과 전단응력



$$F = 50\ t = 50{,}000\ kg = 490{,}500\ N \qquad 1\ kg = 9.81\ N$$

$$= 4.91 \times 10^5\ N = 490.50\ kN$$

$$A = \pi r^2 = \pi \times (27\ mm)^2 = \pi \times (27 \times 10^{-3}\ m)^2$$

$$= 2290.22104\ \ldots \times 10^{-6}\ m^2$$

$$= 2.29 \times 10^{-3}\ m^2$$

만일 답으로 적어야 한다면 …

$$\sigma_{A_s} = \frac{F_{A_s}}{A_s} = \frac{F cos\theta}{A/cos\theta} = \frac{F}{A}(cos\theta)^2$$

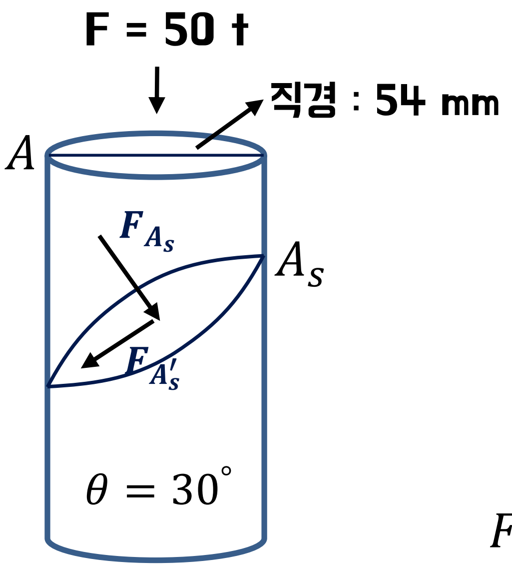
$$= \frac{F cos\theta}{A/cos\theta} = \frac{490{,}500\ N \times cos30^\circ}{2290.22014\ \ldots \times 10^{-6}\ m^2/cos30^\circ}$$

$$= 160.62866\ \ldots \times 10^6\ Pa = 160.63\ MPa = 1.61 \times 10^2\ MPa$$

$$= 1.61 \times 10^8\ Pa$$

$$\tau_{A_s} = \frac{F_{A_s'}}{A_s} = \frac{F sin\theta}{A/cos\theta} = \frac{F}{A} cos\theta sin\theta$$

예제 2. 원주형 시험편의 수직응력과 전단응력



$$F = 50\ t = 50{,}000\ kg = 490{,}500\ N \qquad 1\ kg = 9.81\ N$$

$$= 4.91 \times 10^5\ N = 490.50\ kN$$

$$A = \pi r^2 = \pi \times (27\ mm)^2 = \pi \times (27 \times 10^{-3}\ m)^2$$

$$= 2290.22104\ \ldots \times 10^{-6}\ m^2$$

$$= 2.29 \times 10^{-3}\ m^2$$

만일 답으로 적어야 한다면 ...

$$\tau_{A_s} = \frac{F_{A'_s}}{A_s} = \frac{Fsin\theta}{A/cos\theta} = \frac{F}{A} cos\theta sin\theta$$

$$= \frac{Fsin\theta}{A/cos\theta} = \frac{490{,}500\ N \times sin30^{\circ}}{2290.22014\ \ldots \times 10^{-6}\ m^2/cos30^{\circ}}$$

$$= 92.73900\ \ldots \times 10^6\ Pa = 92.74\ MPa = 9.27 \times 10^1\ MPa$$

$$= 9.27 \times 10^7\ Pa$$

응력의 요소 (Stress element) 및 응력표시

- 응력은 작용하고 있는 위치와 면의 방향에 따라 변하는 물리량
- 부품이나 구조물을 설계할 때 원하는 곳의 응력을 계산해야 할 필요
- 가상의 미소크기의 입방체를 생각하고 그 표면에서 응력을 표시하는 방법
- 이때 응력이 표시된 입방체를 응력요소, 3차원 응력요소는 가상의 입방체
- 각 좌표축으로 표시하는 응력요소들이 응력요소의 면의 바깥쪽에서 작용

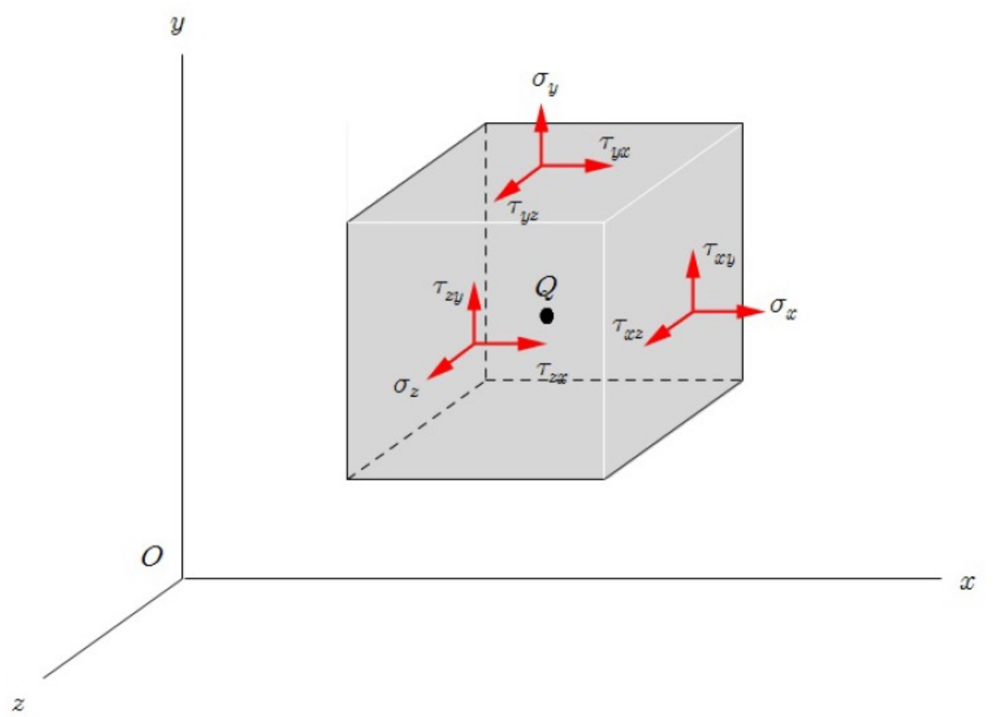


Figure: 응력요소와 응력의 부호

TheMAD

응력의 요소 (Stress element) 및 응력표시

- 양의 방향에 해당하는 응력요소, 면 위에 **수직응력**과 **전단응력**을 표시
- **양의 x면에서 작용하는 3개의 응력은 각각 σ_x, τ_{xy}, τ_{xz}이다.**
- 여기서 전단응력의 지수는 두개가 쓰였는데 **앞의 지수는 작용하는 면의 방향**을, **뒤의 지수는 응력의 방향**을 나타내는데 사용
- 예시) τ_{xy} 는 x축 방향인 법선을 가지는 면에서 작용하는 y축 방향으로의 전단응력임을 의미.

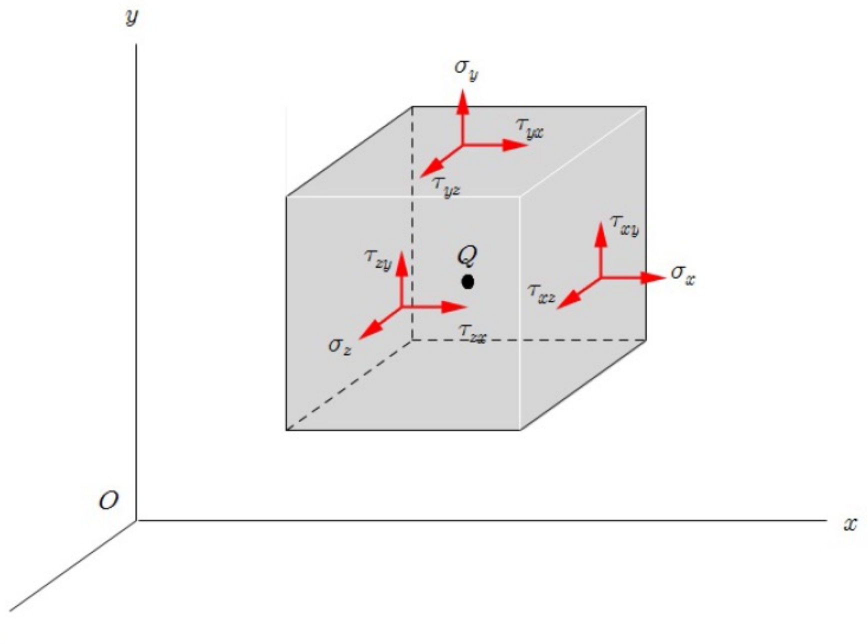
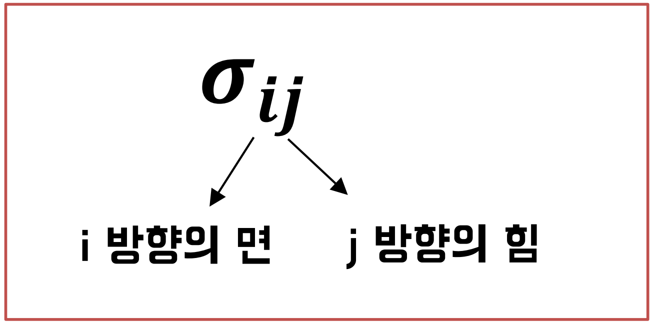


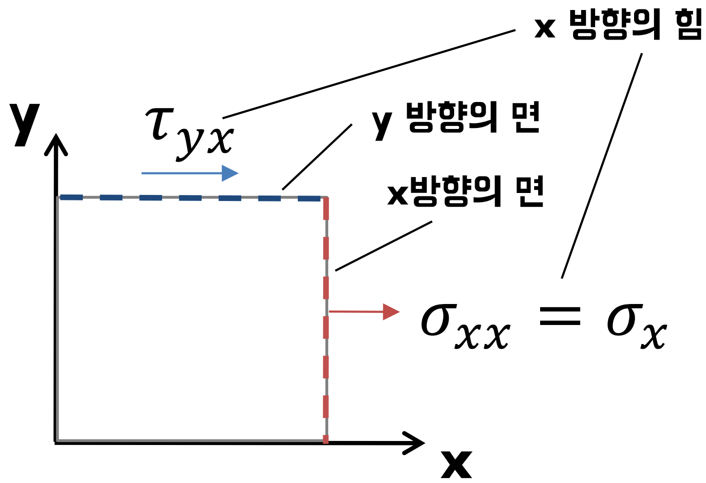
Figure: 응력요소와 응력의 부호

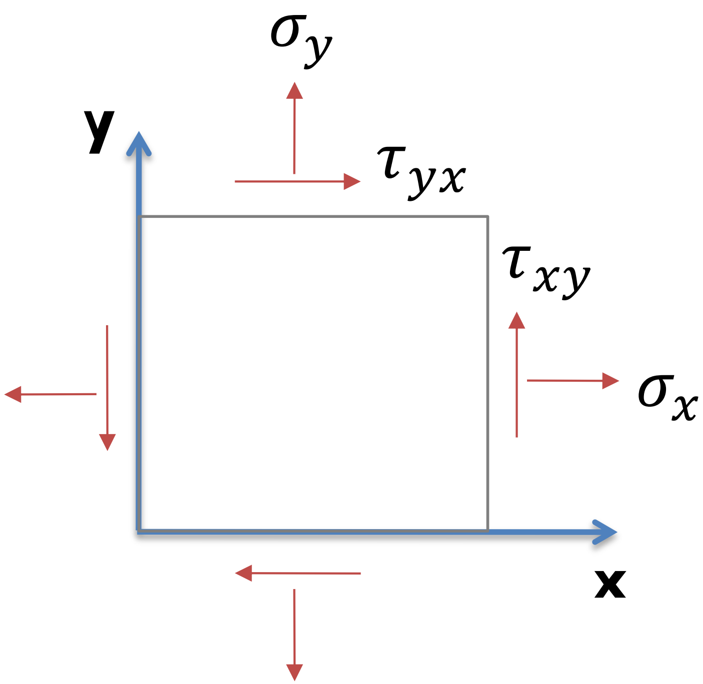
TheMAD

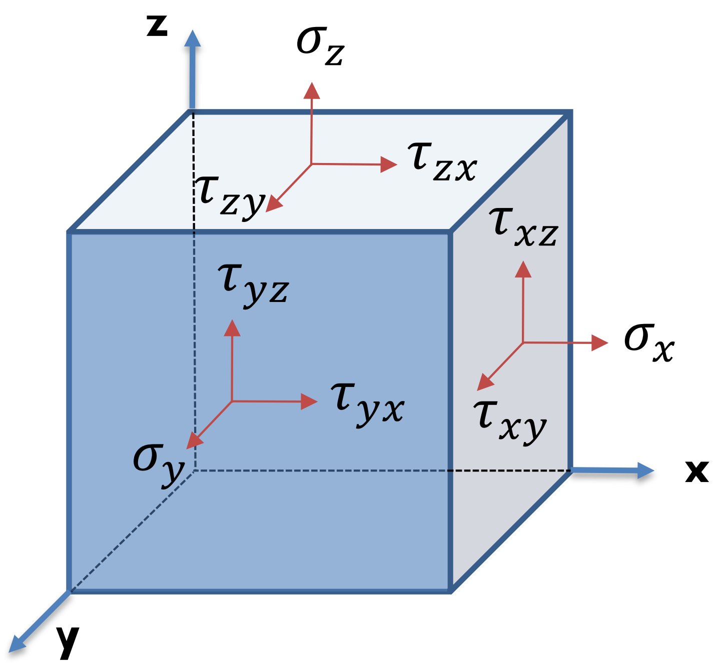
응력표기법

- 앞에서 설명한 바와 같이 일반적으로 응력을 표현하기 위해서는
- **면과 힘의 방향**이 필요

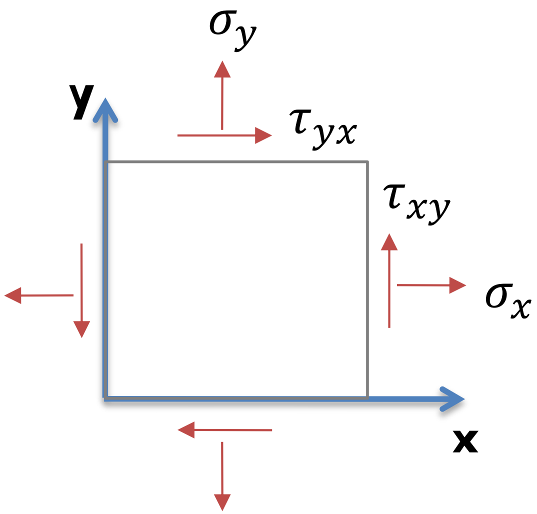








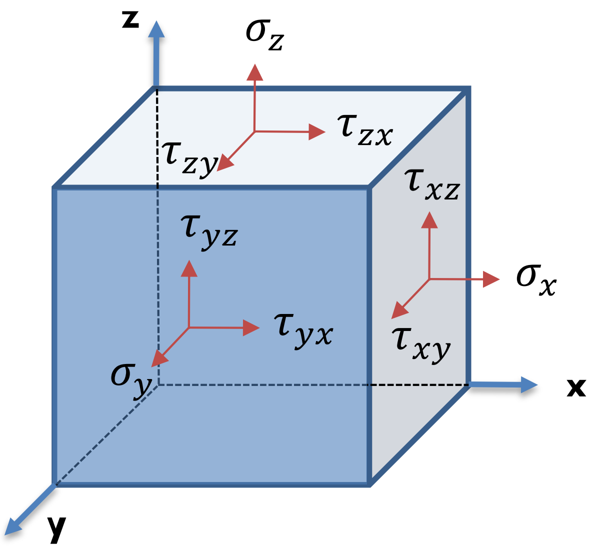
응력표기법



X면에 작용하는 응력성분 : σ_x , τ_{xy}

y면에 작용하는 응력성분 : σ_y , τ_{yx}

[2x2 행렬] $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$



X면에 작용하는 응력성분 : σ_x , τ_{xy} , τ_{xz}

y면에 작용하는 응력성분 : σ_y , τ_{yx} , τ_{yz}

z면에 작용하는 응력성분 : σ_z , τ_{zx} , τ_{zy}

[3x3 행렬] $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$

TheMAD

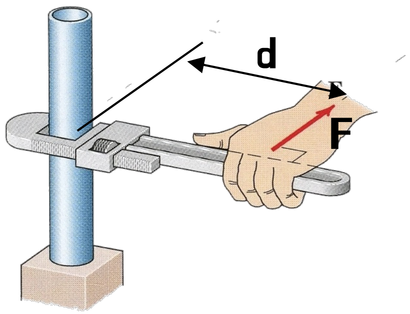
모멘트 평형조건

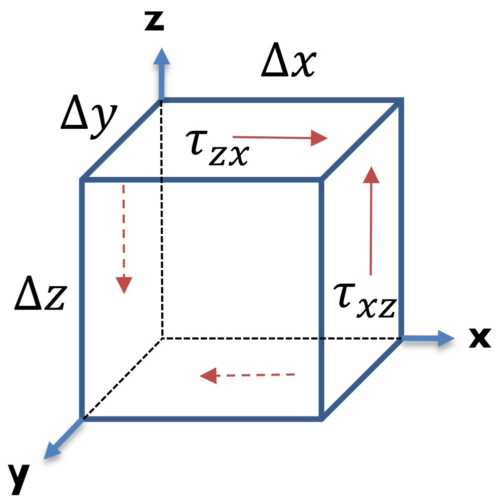
- 일반적인 육면체의 구조에서 **힘의 평형상태**라 가정하면 **모멘트 평형조건**을 만족.

[모멘트 : moment]

M=F·d [N·m]

F : 힘
d : 모멘트 팔





x축에 수직한 면 - 전단력(**힘**) : $\tau_{xz}\overbrace{\Delta y \Delta z}^{A}$

모멘트팔 : (**중심에서**) $\frac{\Delta x}{2}$

z축에 수직한 면 - 전단력 : $\tau_{xz}\Delta x \Delta y$

모멘트팔 : $\frac{\Delta z}{2}$

TheMAD

모멘트 평형조건

- **모멘트 평형조건을 적용하면 다음과 같다.**

$$\tau_{xz}\Delta y\Delta z \cdot \frac{\Delta x}{2} = \tau_{zx}\Delta x\Delta y \cdot \frac{\Delta z}{2}$$

왜냐하면, 모멘트 평형조건 = 회전하지 않는다.
힘의 평형조건 = 움직이지 않는다.

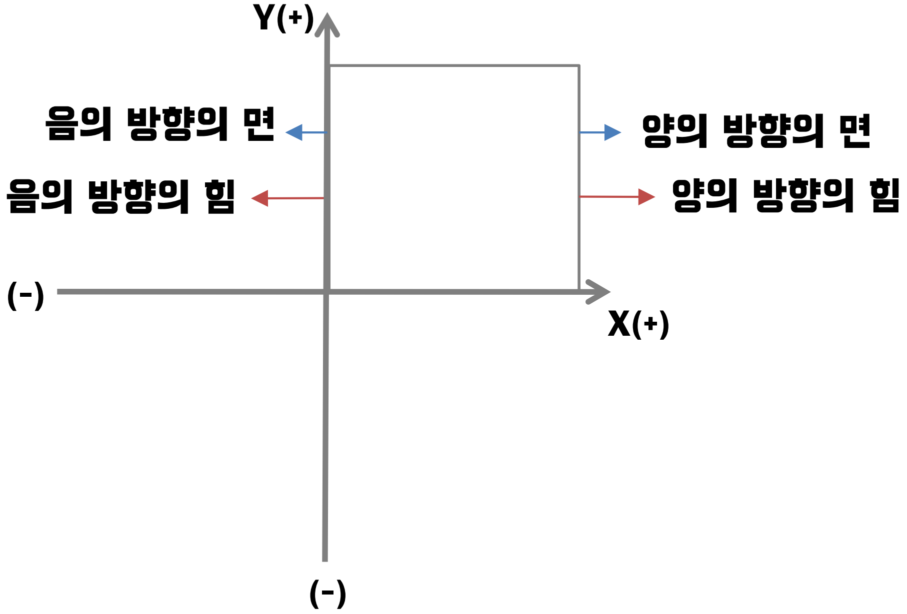
$$\therefore \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

y축과 z축에 각각 수직한 면 : $\tau_{yz} = \tau_{zy}$

x축과 y축에 각각 수직한 면 : $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \blacktriangleright \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

응력의 부호 정리 - 수직응력

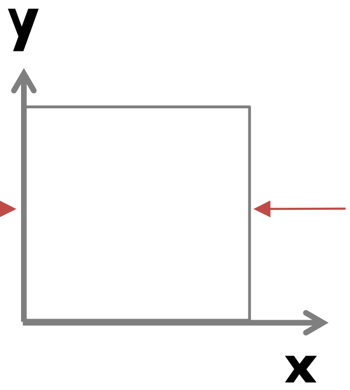


수직응력

압축응력

면의 방향 (-)
힘의 방향 (+)

$+(-\sigma_{xx})$
$= -\sigma_{xx}$



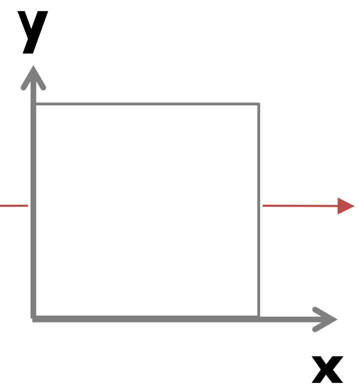
면의 방향 (+)
힘의 방향 (-)

$-(+\sigma_{xx})$
$= -\sigma_{xx}$

인장응력

면의 방향 (-)
힘의 방향 (-)

$-(-\sigma_{xx})$
$= \sigma_{xx}$



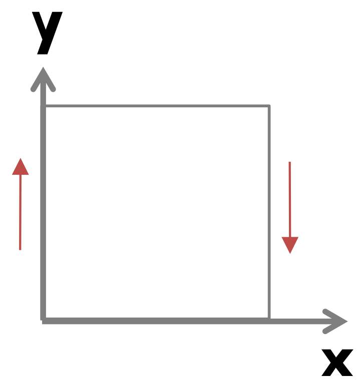
면의 방향 (+)
힘의 방향 (+)

$+(+\sigma_{xx})$
$= \sigma_{xx}$

응력의 부호 정리 - 전단응력

면의 방향 (-)
힘의 방향 (+)

$+(-\tau_{xy})$
$= -\tau_{xy}$

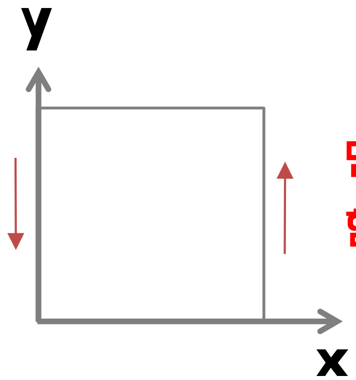


면의 방향 (+)
힘의 방향 (-)

$-(+\tau_{xy})$
$= -\tau_{xy}$

면의 방향 (-)
힘의 방향 (-)

$-(-\tau_{xy})$
$= \tau_{xy}$

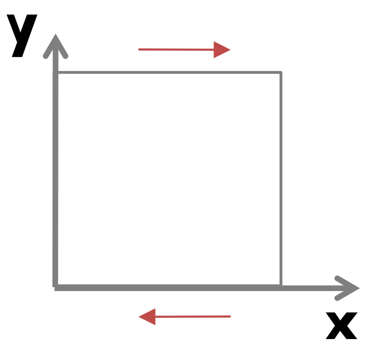


면의 방향 (+)
힘의 방향 (+)

$+(+\tau_{xy})$
$= \tau_{xy}$

면의 방향 (+)
힘의 방향 (+)

$+(+\tau_{yx})$
$= \tau_{yx}$

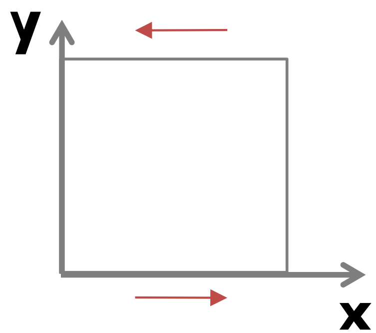


면의 방향 (-)
힘의 방향 (-)

$-(-\tau_{yx})$
$= \tau_{yx}$

면의 방향 (+)
힘의 방향 (-)

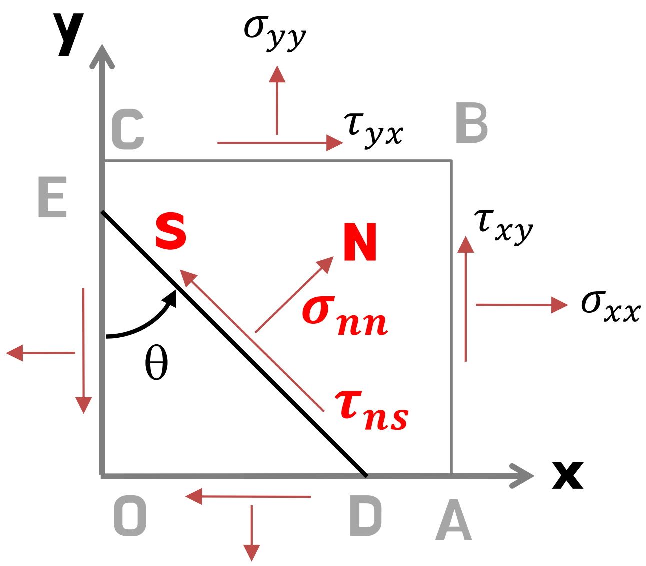
$-(+\tau_{yx})$
$= -\tau_{yx}$

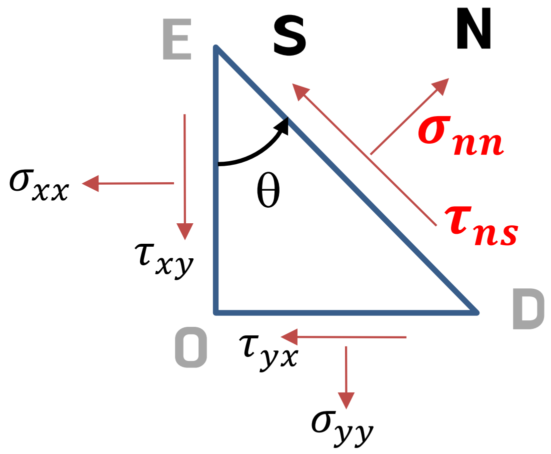


면의 방향 (-)
힘의 방향 (+)

$+(-\tau_{yx})$
$= -\tau_{yx}$

경사면에 작용하는 수직응력





$$\sigma_{nn} \cdot (\overline{DE}) = \sigma_{xx} cos\theta \cdot (\overline{EO}) + \tau_{xy} sin\theta \cdot (\overline{EO}) + \sigma_{yy} sin\theta \cdot (\overline{OD}) + \tau_{yx} cos\theta \cdot (\overline{OD})$$

$$\overline{EO} = \overline{DE} cos\theta, \overline{OD} = \overline{DE} sin\theta$$

$$\sigma_{nn} \cdot (\cancel{\overline{DE}}) = \sigma_{xx} cos\theta \cdot \cancel{\overline{DE}} cos\theta + \tau_{xy} sin\theta \cdot \cancel{\overline{DE}} cos\theta + \sigma_{yy} sin\theta \cdot \cancel{\overline{DE}} sin\theta + \tau_{yx} cos\theta \cdot \cancel{\overline{DE}} sin\theta$$

$$\sigma_{nn} = \sigma_{xx} cos^2\theta + \sigma_{yy} sin^2\theta + \tau_{xy} 2sin\theta cos\theta$$

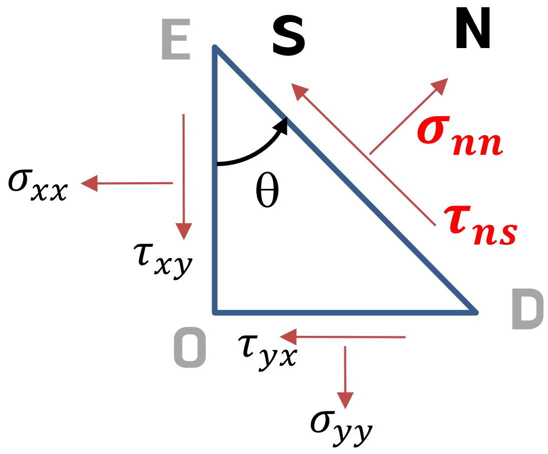
$$cos^2\theta = (1 + cos2\theta)/2$$

$$sin^2\theta = (1 - cos2\theta)/2$$

$$2sin\theta cos\theta = sin2\theta$$

$$\sigma_{nn} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} cos2\theta \ + \ sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

경사면에 작용하는 전단응력



$$\tau_{ns}\cdot(\overline{DE}) = -\sigma_{xx}sin\theta\cdot(\overline{EO}) + \tau_{xy}cos\theta\cdot(\overline{EO}) + \sigma_{yy}cos\theta\cdot(\overline{OD}) - \tau_{yx}sin\theta\cdot(\overline{OD})$$

$$\overline{EO} = \overline{DE}cos\theta, \overline{OD} = \overline{DE}sin\theta$$

$$\tau_{ns}\cdot(\cancel{\overline{DE}}) = -\sigma_{xx}sin\theta\cdot\cancel{\overline{DE}}cos\theta + \tau_{xy}cos\theta\cdot\cancel{\overline{DE}}cos\theta + \sigma_{yy}cos\theta\cdot\cancel{\overline{DE}}sin\theta - \tau_{yx}sin\theta\cdot\cancel{\overline{DE}}sin\theta$$

$$\tau_{ns} = \sigma_{xx}\cdot(-sin\theta cos\theta) + \sigma_{yy}\cdot sin\theta cos\theta + \tau_{xy}\cdot(cos^2\theta - sin^2\theta)$$

$$cos^2\theta = (1 + cos2\theta)/2$$

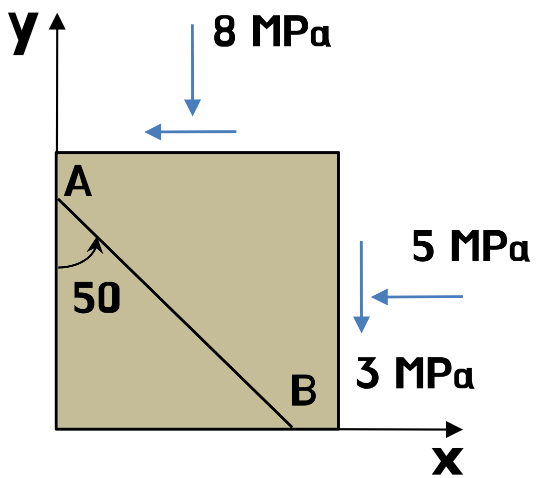
$$sin^2\theta = (1 - cos2\theta)/2$$

$$2sin\theta cos\theta = sin2\theta$$

$$\tau_{ns} = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}sin2\theta + cos2\theta\cdot\tau_{xy}$$

TheMAD

예제 3.



면 $\overline{AB}$에 작용하는 수직응력과 전단응력

$$\sigma_{nn} = \frac{\sigma_{xx}+\sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2} cos2\theta \; + \; sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= \frac{(-5)+(-8)}{2} + \frac{(-5)-(-8)}{2} cos100^{\circ} \; + \; sin100^{\circ} \times (-3)$$

$$= -9.71 \; MPa$$

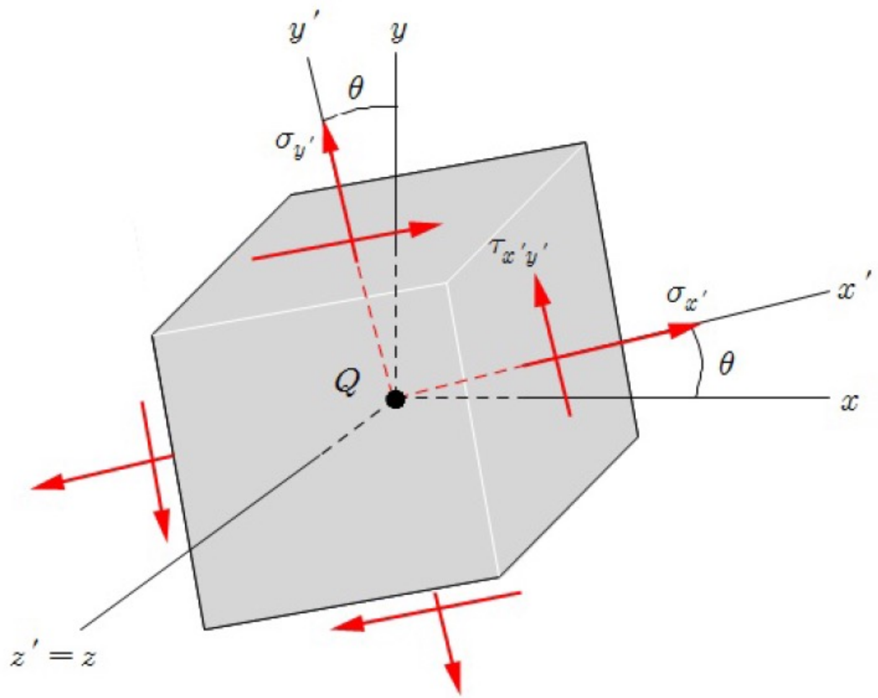
$$\tau_{ns} = -\frac{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}}{2} sin2\theta + cos2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= -\frac{(-5)-(-8)}{2} sin100^{\circ} + cos100^{\circ} \times (-3)$$

$$= -0.96 \; MPa$$

응력의 변환

- 응력은 작용하는 면의 상태에 따라서 **성분이 바뀌게** 된다.
- 즉, **응력의 절대값은 변하지 않으나** 작용하고 있는 면의 방향에 따라서 **응력의 각 성분은 달라진다.**
- 아래 그림에서 보는 것과 같이 응력이 경사면에서 작용하고 있는 경우
- 응력은 경사면에 수직인 성분과 면에 평행인 성분으로 분리하여 표시



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

응력 변환 방정식

- 응력은 작용하는 면의 방향에 의존 → 면의 방향이 달라지면 그에 따라 응력의 성분도 변화 → 응력 변환 방정식(stress transformation equation)이 필요
- **2차원 평면 응력 상태**에서 **임의의 각도 θ**로 회전된 면에서의 응력 성분을 구하기 위해서 **응력 변환 행렬(stress transformation matrix, $[T]_\sigma$)** 를 도입
- **응력 변환 방정식**은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\sigma]' = [T]_\sigma[\sigma] \quad \textbf{(1)}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \textbf{(2)}$$

응력 변환 방정식

$$[T]_\sigma = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (2)를 각 응력 성분 별로 전개하여 표시하면 응력 변환 방정식은 다음과 같음.

$$\sigma_{x'} = cos^2\theta \cdot \sigma_x + sin^2\theta \cdot \sigma_y + 2sin\theta cos\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_{y'} = sin^2\theta \cdot \sigma_x + cos^2\theta \cdot \sigma_y - 2sin\theta cos\theta \cdot \tau_{xy} \quad (4)$$

$$\tau_{x'y'} = -sin\theta cos\theta \cdot \sigma_x + sin\theta cos\theta \cdot \sigma_y + (cos^2\theta - sin^2\theta) \cdot \tau_{xy}$$

응력 변환 방정식

한편, 간편한 표기를 위하여 필요한 삼각함수 공식들은

$$
\begin{aligned}
\sin 2\theta &= 2\sin\theta\cos\theta \\
\cos 2\theta &= \cos^2\theta - \sin^2\theta \\
\cos^2\theta &= \frac{1+\cos 2\theta}{2} \\
\sin^2\theta &= \frac{1-\cos 2\theta}{2}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

응력 변환 방정식

식 (4)를 위에서 주어진 삼각함수 공식을 사용하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta \; + \; sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta \; - \; sin2\theta \cdot \tau_{xy} \qquad \textbf{(6)}$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\theta + cos2\theta \cdot \tau_{xy}$$

예제 4.

응력 성분이 $\sigma_x = 50\ MPa, \sigma_y = 30\ MPa, \tau_{xy} = 5\ MPa$ 로 주어질 때,

반시계 방향으로 된 30°면에서 작용하는 응력을 계산 하시오.
(+)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\sigma_{x'} = cos^2\theta \cdot \sigma_x + sin^2\theta \cdot \sigma_y + 2sin\theta cos\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_{y'} = sin^2\theta \cdot \sigma_x + cos^2\theta \cdot \sigma_y - 2sin\theta cos\theta \cdot \tau_{xy} \quad (4)$$

$$\tau_{x'y'} = -sin\theta cos\theta \cdot \sigma_x + sin\theta cos\theta \cdot \sigma_y + (cos^2\theta - sin^2\theta) \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta + sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta - sin2\theta \cdot \tau_{xy} \quad (6)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\theta + cos2\theta \cdot \tau_{xy}$$

예제 4.

응력 성분이 $\sigma_x = 50\ MPa, \sigma_y = 30\ MPa, \tau_{xy} = 5\ MPa$ 로 주어질 때,

반시계 방향으로 된 30°면에서 작용하는 응력을 계산하시오.

(+)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2 30^\circ & sin^2 30^\circ & 2sin30^\circ cos30^\circ \\ sin^2 30^\circ & cos^2 30^\circ & -2sin30^\circ cos30^\circ \\ -sin30^\circ cos30^\circ & sin30^\circ cos30^\circ & cos^2 30^\circ - sin^2 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50\ MPa \\ 30\ MPa \\ 5\ MPa \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50\ MPa \\ 30\ MPa \\ 5\ MPa \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \times 50\ MPa + \frac{1}{4} \times 30\ MPa + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5\ MPa \\ \frac{1}{4} \times 50\ MPa + \frac{3}{4} \times 30\ MPa - \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5\ MPa \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} \times 50\ MPa + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 30\ MPa + \frac{1}{2} \times 5\ MPa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49.33\ MPa \\ 30.67\ MPa \\ -6.16\ MPa \end{bmatrix}$$

주응력 (Principal Stress)

- 앞절에서 언급한 바와 같이 응력은 경사면의 각도 θ의 함수 이므로,
- 극댓값 또는 극솟값을 갖는 면의 방향을 구할 수 있음
- 수직응력 $\sigma_{x'}$가 최대 또는 최소가 되는 평면의 방향을 찾기 위해
- θ로 미분 하고, 미분값을 0으로 두면,

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta + sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)sin2\theta + 2cos2\theta \cdot \tau_{xy} = 0$$

$$2cos2\theta \cdot \tau_{xy} = (\sigma_x - \sigma_y)sin2\theta$$

$$\therefore tan2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} \quad (8)$$

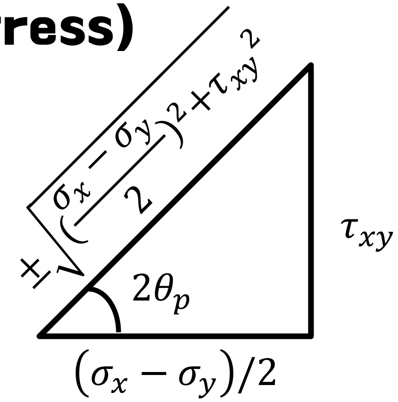
역함수로 각도 구하는 게 가능

- θ_p 에 의해 설정되는 평면 = 주평면 (Principal plane)
- 주평면에서는 전단응력 = 0

TheMAD

주응력 (Principal Stress)

- **식 (8)의 θ_p를 식 (6)에 대입하면 두개의 주응력 (Principal stress) σ_1, σ_2 를 다음과 같이 얻게 된다.**



$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x-\sigma_y)}$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2} \cdot \frac{(\sigma_x-\sigma_y)/2}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} + \frac{\tau_{xy}}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} \cdot \tau_{xy}$$

$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + (\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 \cdot \frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} + \frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} \cdot \tau_{xy}^2$$

$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \left(\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right) \cdot \frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}}$$

$$= \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}$$

주응력 (Principal Stress)

- **식 (8)의 θ_p를 식 (6)에 대입하면 두개의 주응력 (Principal stress) σ_1, σ_2 를 다음과 같이 얻게 된다.**

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

최대 전단응력 (Maximum shear stress)

- **이번에는 최대 전단 응력 τ_{max}을 구해보기로 한다.**
- **위 에서와 같은 방법으로 식 (6)에서 $\tau_{x'y'}$ 를 θ로 미분하고 0으로 놓으면,**

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\theta + cos2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y) \cdot cos2\theta - 2sin2\theta \cdot \tau_{xy} = 0$$

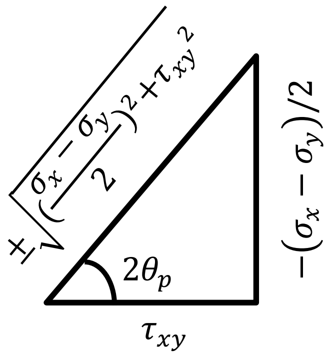
- **θ에서 대해서 풀면,**

$$-(\sigma_x - \sigma_y) \cdot cos2\theta - 2sin2\theta \cdot \tau_{xy} = 0$$

$$tan2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

최대 전단응력 (Maximum shear stress)

- θ_s는 전단응력이 최대가 되는 면의 방향, 이를 식 (6)의 전단응력 항에 대입하면, 최대 전단 응력 τ_{max} 은 다음 과 같다.



$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}sin2\theta + cos2\theta\cdot\tau_{xy} \qquad tan2\theta_s = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$= -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cdot\frac{-(\sigma_x-\sigma_y)/2}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} + \frac{\tau_{xy}}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}}\cdot\tau_{xy}$$

$$= (\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2\cdot\frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}} + \frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}}\cdot\tau_{xy}^2$$

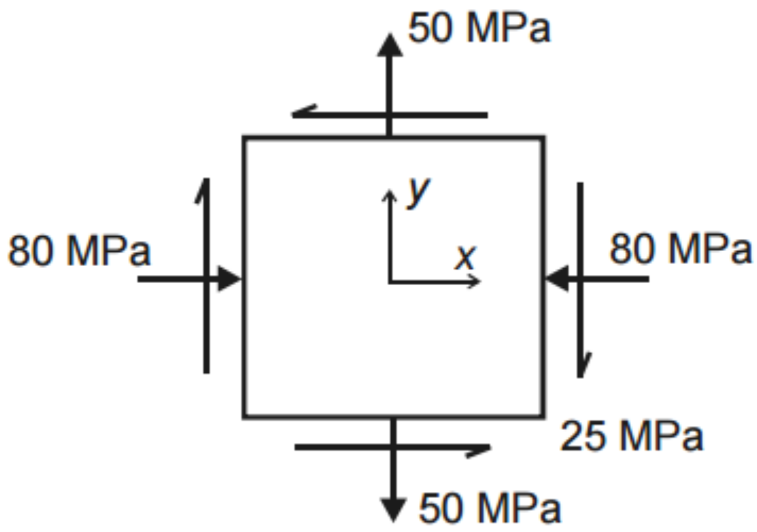
$$= ((\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2)\cdot\frac{1}{\pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}}$$

$$= \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}$$

$$\therefore \tau_{max} = \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+\tau_{xy}^2}$$

예제 5.

다음의 그림에서 주응력을 계산하고, 그에 따른 주응력 요소들에 대한 그림을 그리시오



앞에서 배운 응력관계식에 따라 다음과 같이 수직응력과 전단응력이 물체에 가해지고 있다.

$$\sigma_x = -80\ MPa, \sigma_y = +50\ MPa, \tau_{xy} = -25\ MPa$$

부호가 왜 이렇게 되는지 이해하는 것이 중요!

TheMAD

예제 5.

앞에서 배운 주응력 공식에 따라서, 각 주응력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2} \qquad \sigma_x = -80\ MPa, \sigma_y = +50\ MPa, \tau_{xy} = -25\ MPa$$

$$= \frac{(-80) + (50)}{2} \pm \sqrt{(\frac{(-80) - 50}{2})^2 + (-25)^2} = -15 \pm 69.64194\ \ldots$$

$$\therefore\ \sigma_1 = 54.64\ MPa$$

$$\sigma_2 = -84.64\ MPa$$

예제 5.

주응력 요소를 그리기 위해서 θ_p 를 계산

$$tan2\theta_p = \frac{2\times(-25)}{(-80-50)} = 0.38461\ \ldots$$

결과는 radian

$$tan^{-1}\left(\frac{2\times(-25)}{(-80-50)}\right) = \text{arctan}\left(\frac{2\times(-25)}{(-80-50)}\right) = 2\theta_p \longrightarrow 1\ rad = \frac{180°}{\pi}$$

$$\therefore 2\theta_p = 0.36717\ \ldots\ rad = 0.36717\ \ldots \times \frac{180°}{\pi}$$

$$= 21.03729\ \ldots\ \ or\ 21.03729\ \ldots + 180$$

$$\therefore \theta_p = 10.52° \text{ or } 100.52°$$

예제 5.

어느 주응력과 어느 θ_p 가 관계된 지를 알게 위해서 다음의 계산식을 이용하여 확인한다.

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta + sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$\sigma_x = -80\ MPa, \sigma_y = +50\ MPa, \tau_{xy} = -25\ MPa \qquad \theta_p = 10.52° \text{ or } 100.52°$$

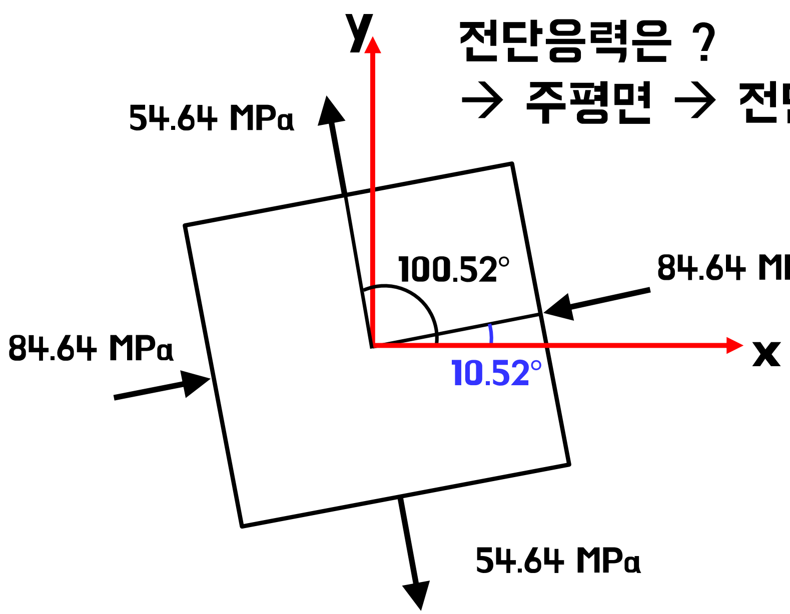
$$\sigma_1 = 54.64\ MPa \qquad \sigma_2 = -84.64\ MPa$$

$$\sigma_{x'} = \frac{(-80) + (50)}{2} + \frac{(-80) - 50}{2} cos21.04° + sin21.04° \cdot (-25)$$

$$= -84.64\ MPa$$

$$\therefore \sigma_1 = 54.64\ MPa\ at\ \theta_p = 100.52°$$

$$\sigma_2 = -84.64\ MPa\ at\ \theta_p = 10.52°$$



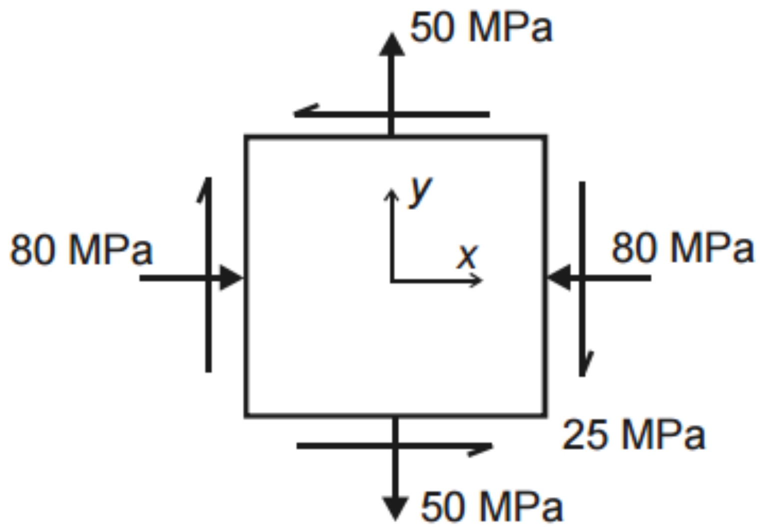
전단응력은 ?

→ 주평면 → 전단응력 0

TheMAD

예제 6.

다음의 그림에서 최대전단응력을 계산하고, 그에 따른 응력 요소들에 대한 그림을 그리시오



앞에서 예제 5에서 구한 바와 같이 수직응력과 전단응력은 다음과 같이 구해진다.

$$\sigma_x = -80\ MPa, \sigma_y = +50\ MPa, \tau_{xy} = -25\ MPa$$

예제 6.

앞에서 배운 식을 사용하여 응력 값을 대입하여 최대전단응력을 구할 수 있다.

$$\tau_{max} = \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}{}^2} \qquad \sigma_x = -80\ MPa, \sigma_y = +50\ MPa, \tau_{xy} = -25\ MPa$$

$$= \pm 69.64194\ \ldots \qquad \therefore \tau_{max} = \pm 69.64\ MPa$$

이때의 각도 θ_s는?

$$tan2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \qquad \theta_s = \left(\arctan\left(-\frac{(-80) - 50}{2\times(-25)}\right)\times\frac{180°}{\pi}\right)\times\frac{1}{2} = -34.48°\ or\ 55.52°$$

최대전단응력과 각도와의 관계

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\theta + cos2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= -\frac{(-80) - 50}{2}\sin(-68.96) + \cos(-68.96)\cdot(-25)$$

$$= -69.64\ MPa \qquad \therefore \tau_{max} = -69.64\ MPa\ at\ \theta_s = -34.48°$$

$$\tau_{max} = +69.64\ MPa\ at\ \theta_s = +55.52°$$

예제 6.

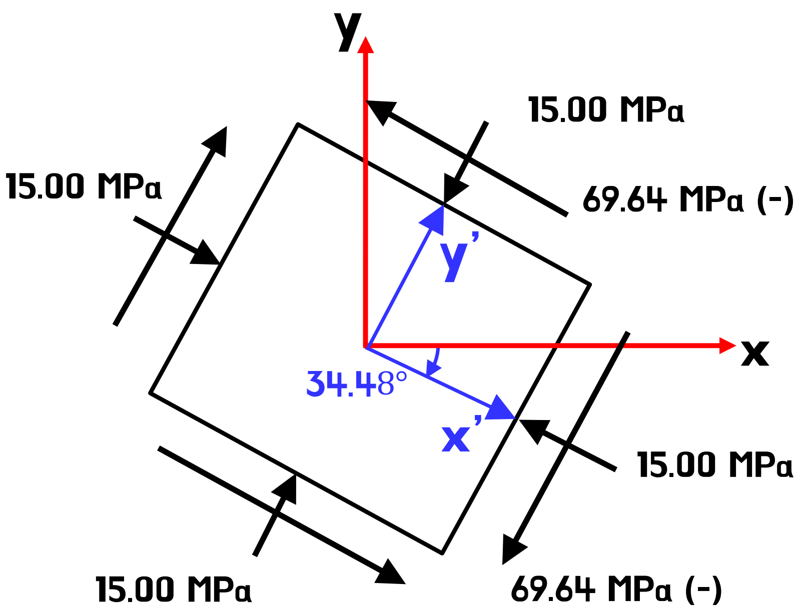
$\therefore \tau_{max} = -69.64\ MPa\ at\ \theta_s = -34.48°$

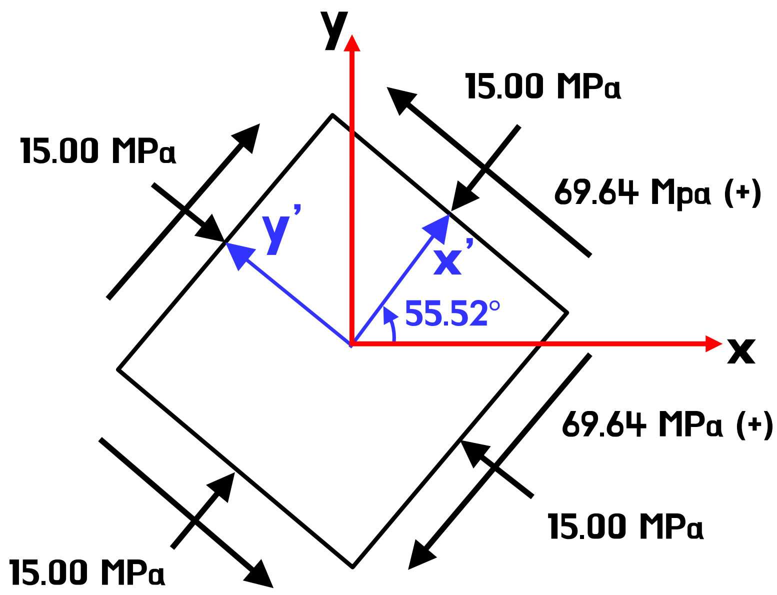
$\tau_{max} = +69.64\ MPa\ at\ \theta_s = +55.52°$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta + sin2\theta \cdot \tau_{xy}$$

$$= \frac{(-80) + (50)}{2} + \frac{(-80) - 50}{2} cos111.04° + sin111.04° \cdot (-25)$$

$$= -14.99697 = -15.00\ MPa$$





결국에는 둘 다 동일 (좌표계의 차이 일 뿐)

주응력 과 최대전단응력, 주응력각 과 최대전단각

- 우리는 또한, 주응력과 최대전단응력이 서로 어떤 관계에 있으며
- 주응력각 (θ_p)과 최대전단각 (θ_s)이 어떤 관계를 가지는 지도 알 수 있다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2} \qquad \tau_{max} = \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$tan2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} \qquad tan2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} = 2\tau_{max} \qquad tan2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = \frac{-1}{tan2\theta_p} = -cot2\theta_p$$

$$\therefore \tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 \qquad \therefore tan2\theta_s = -cot2\theta_p$$

Mohr 원과 응력의 변환

- 물체의 한 점에서 작용하고 있는 응력의 상태는 응력요소 위에 응력 성분을 표기
- 경사면에서의 응력은 수직응력과 전단응력으로 분리하여 표시 → 경사각을 변화시키면 그 면에서 작용하는 수직응력과 전단응력의 성분도 변화.
- 두 응력 성분 σ와 τ를 좌표로 하여 수직 축을 τ로 수평 축을 σ 로 하는 좌표계를 만들면 모든 응력의 성분을 공간 상에서 표시 가능

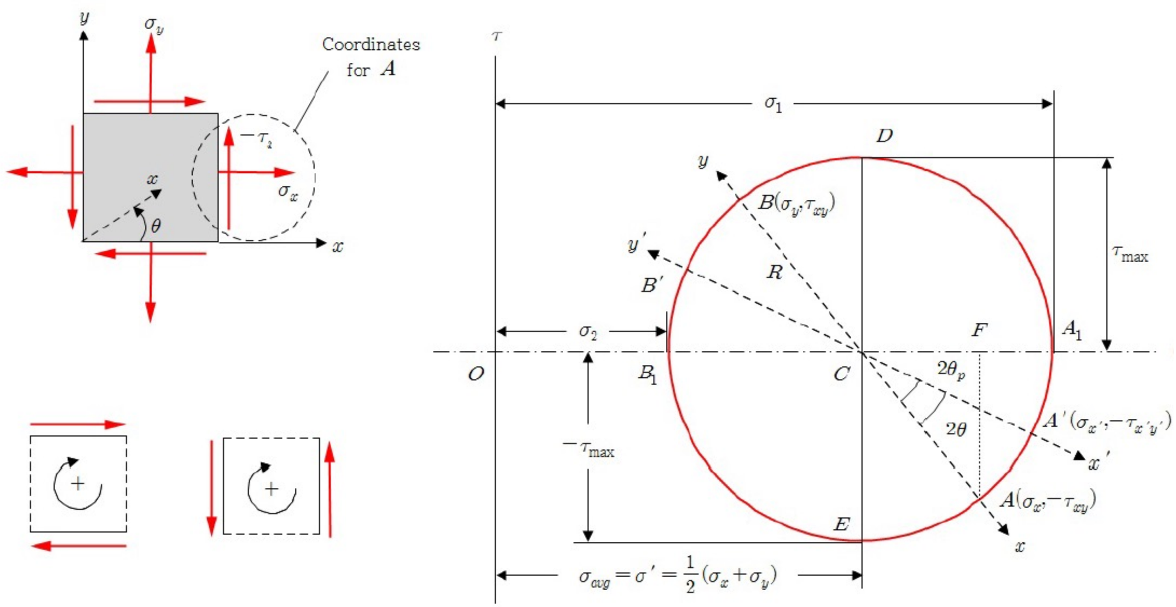


Figure: Mohr원의 작도와 응력 성분의 관계

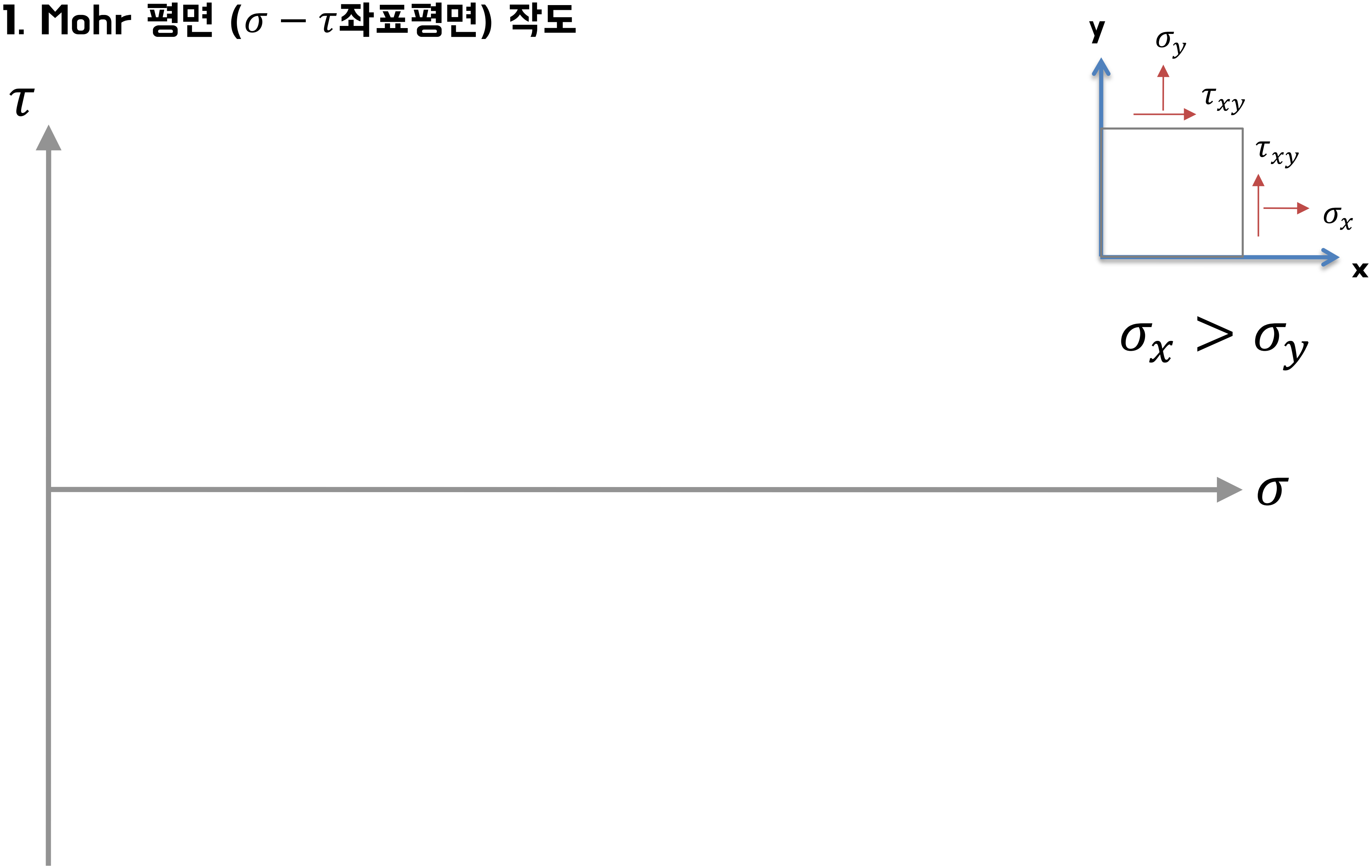
<기본적인 룰>

1. 수직응력은 가로축
   인장(+), 압축(-)
2. 전단응력은 세로축
   시계(+), 반시계(-)
3. 각도는 실제의 2배

TheMAD

Mohr 원과 응력의 변환

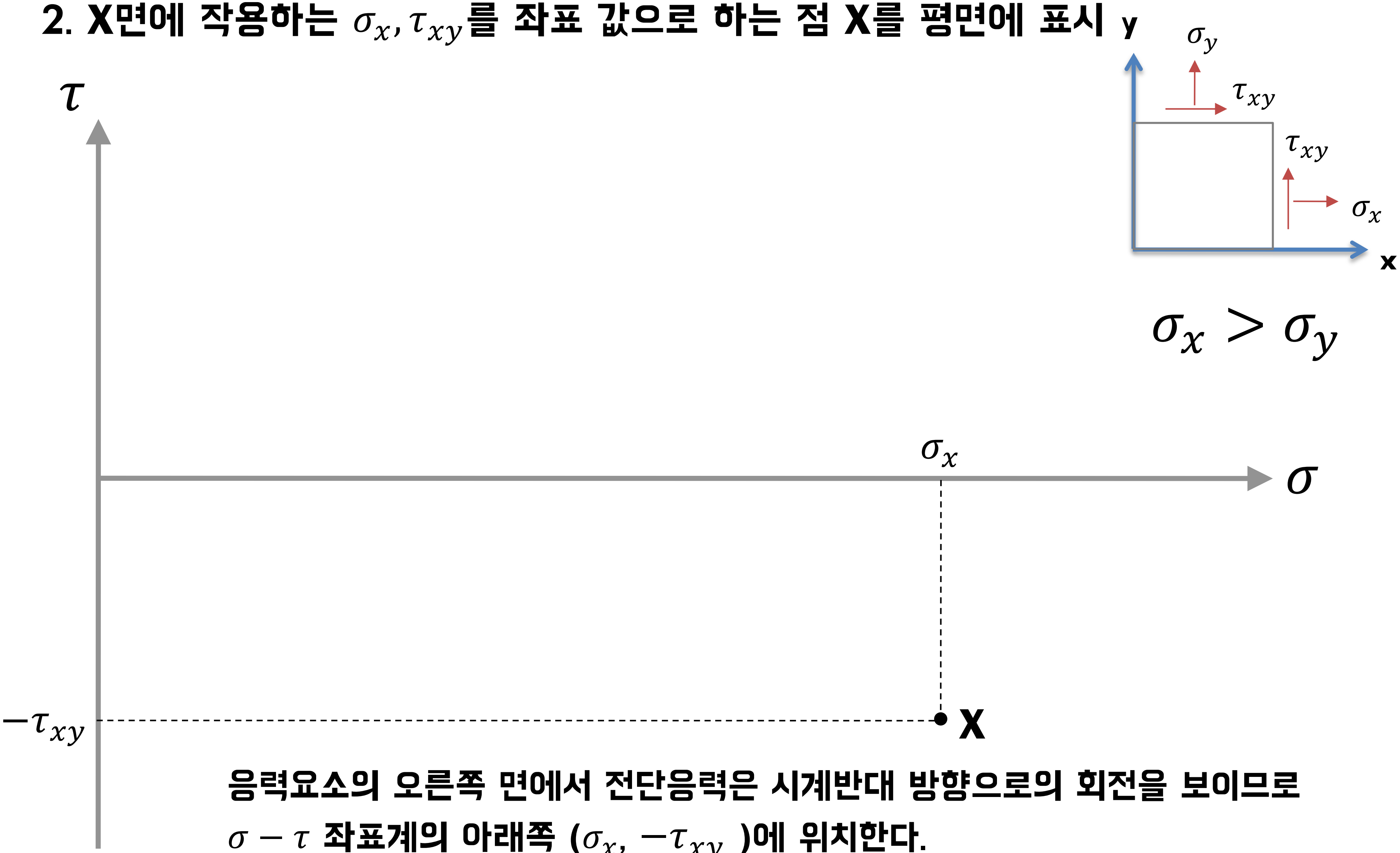
1. Mohr 평면 ($\sigma - \tau$좌표평면) 작도



$$\sigma_x > \sigma_y$$

Mohr 원과 응력의 변환

2. X면에 작용하는 σ_x, τ_{xy}를 좌표 값으로 하는 점 X를 평면에 표시



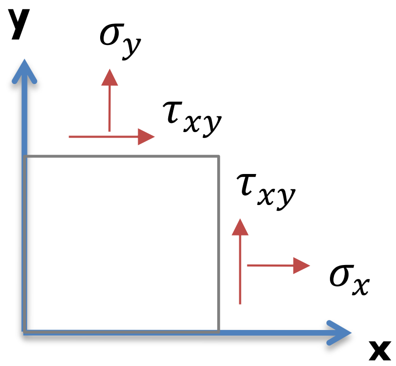
$\sigma_x > \sigma_y$

응력요소의 오른쪽 면에서 전단응력은 시계반대 방향으로의 회전을 보이므로 $\sigma - \tau$ 좌표계의 아래쪽 (σ_x, $-\tau_{xy}$)에 위치한다.

TheMAD

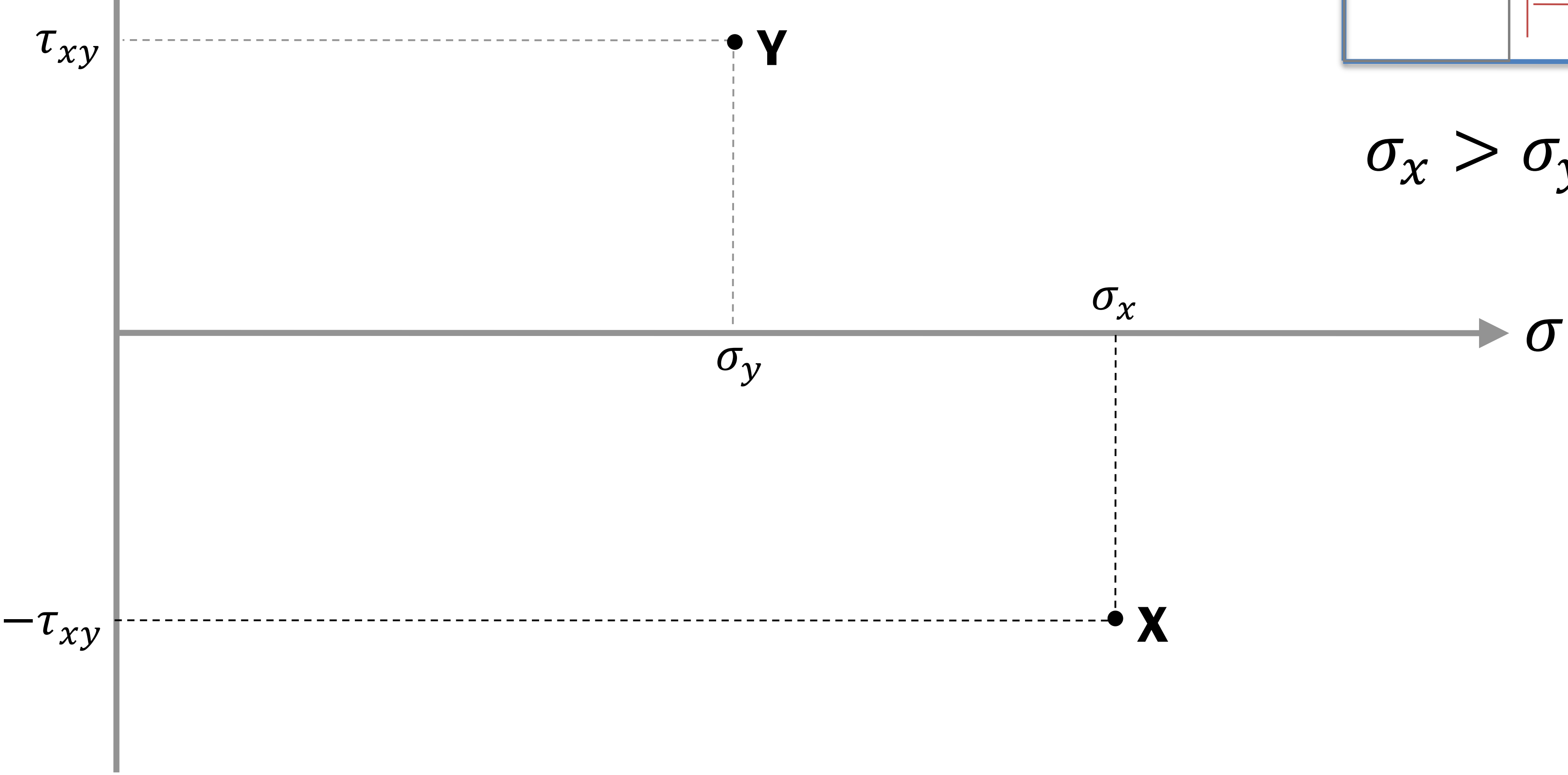
Mohr 원과 응력의 변환

3. Y면에 작용하는 σ_y, τ_{xy}를 좌표 값으로 하는 점 Y를 평면에 표시



$$\sigma_x > \sigma_y$$

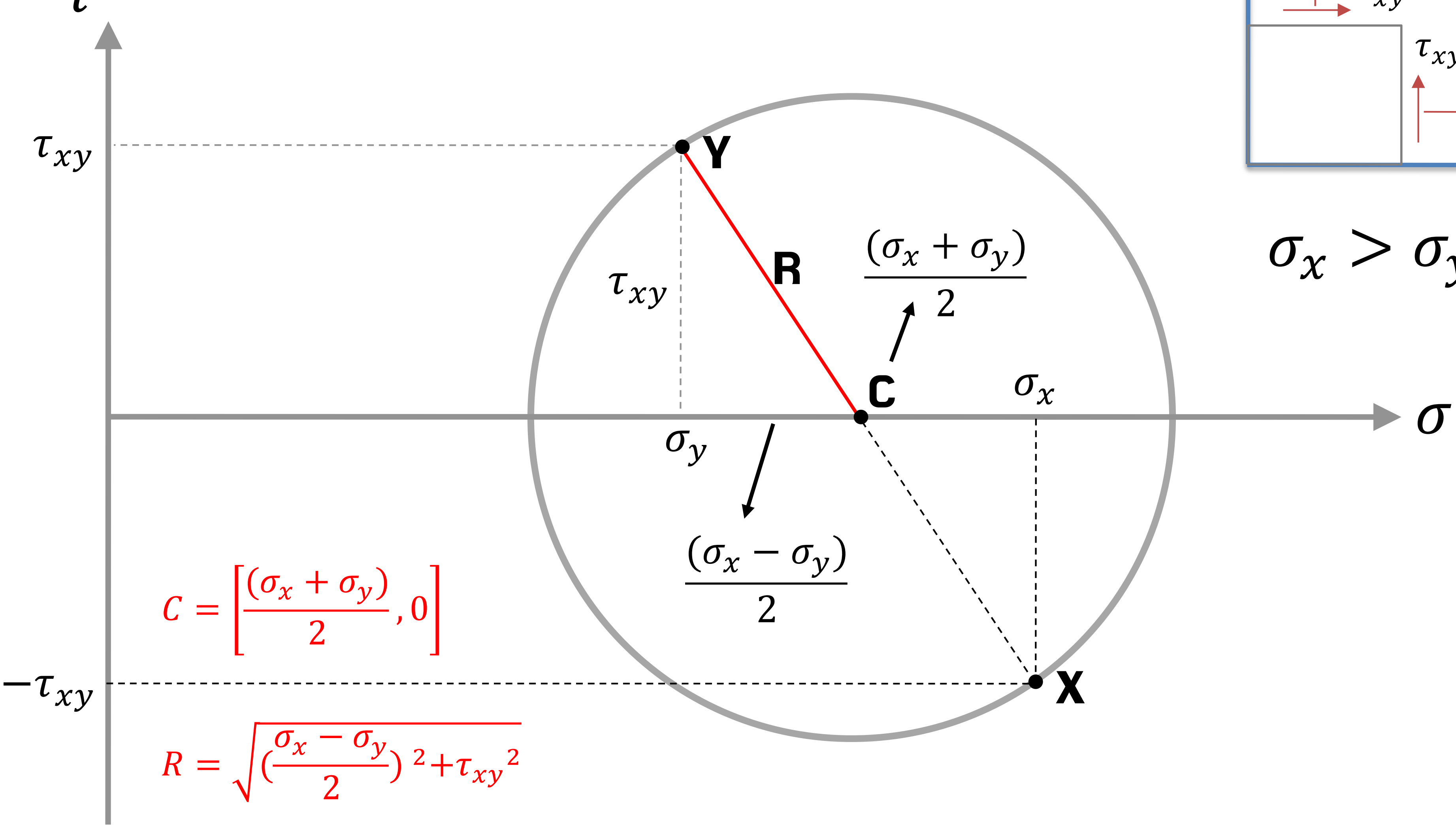
응력요소의 윗면에서 전단응력은 시계반대 방향으로의 회전을 보이므로 $\sigma - \tau$ 좌표계의 위쪽 (σ_y, τ_{xy})에 위치한다.

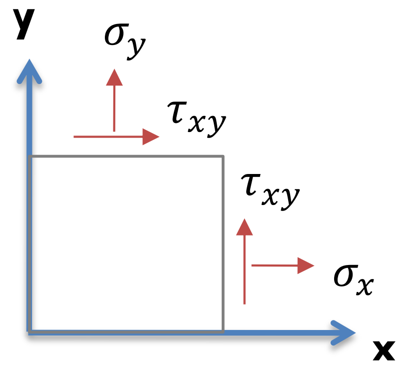


TheMAD

Mohr 원과 응력의 변환

4. 점 X와 Y를 연결하는 선분을 지름으로 하는 원을 그린다.



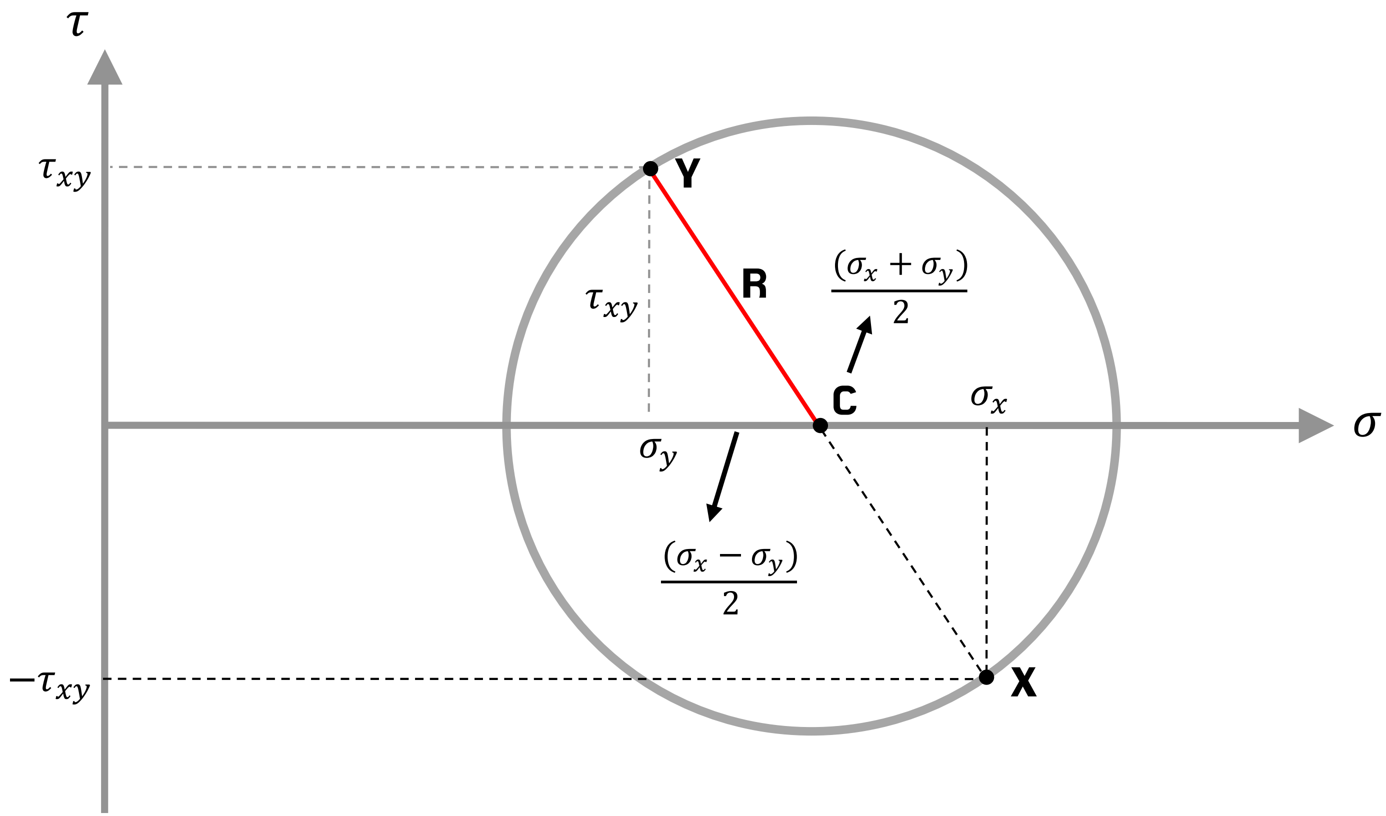


$$\sigma_x > \sigma_y$$

$$C = \left[\frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2}, 0\right]$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

Mohr 원의 의미



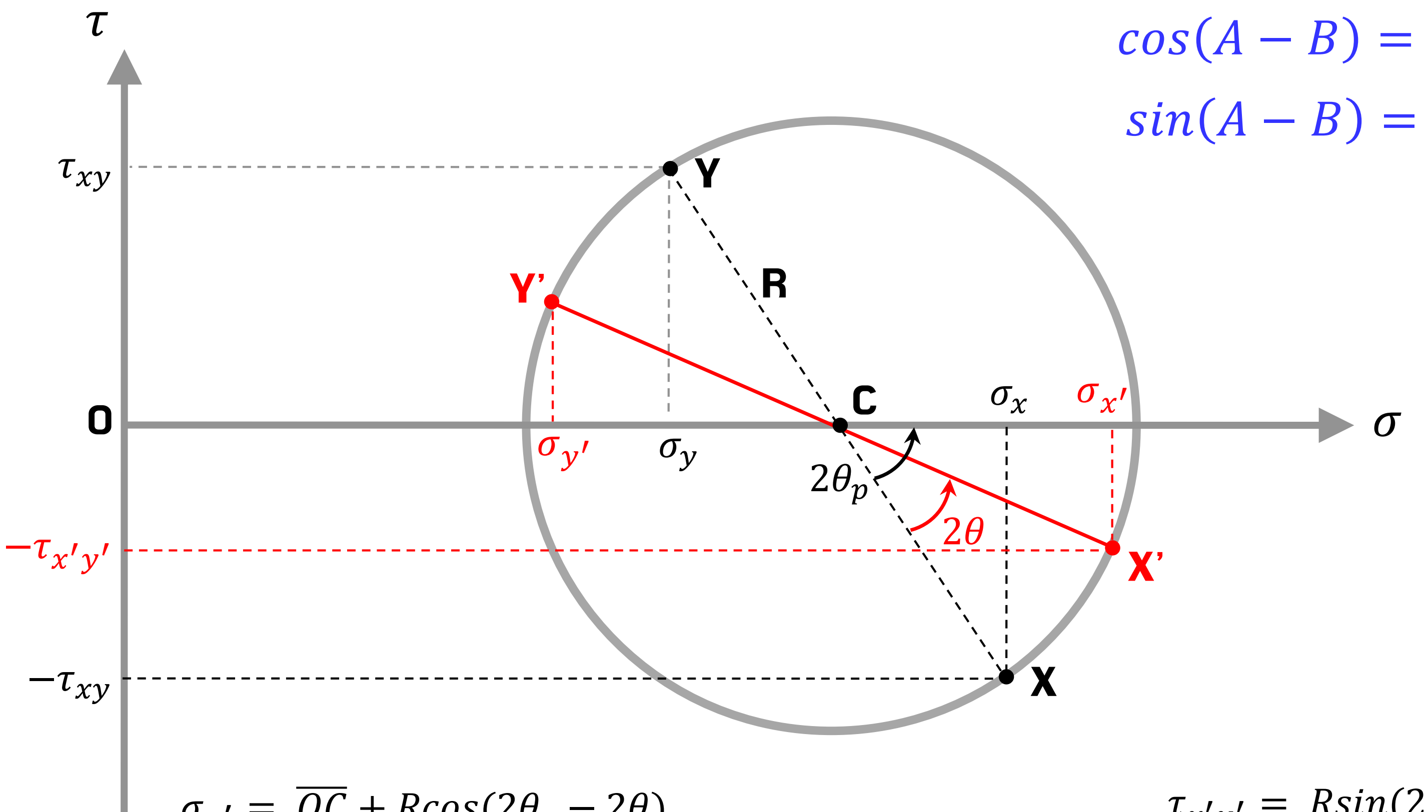
- **점 X와 점 Y는 각각 x면과 y면의 응력상태**
- **x면과 y면의 방향은 90° 차이 → 점 X와 점 Y의 위치는 180° 차이**
- **Mohr 원에서 특정 면의 응력상태는 기준면으로부터 회전한 각의 2배만큼 회전된 점**

TheMAD

Mohr 원의 의미

$$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$

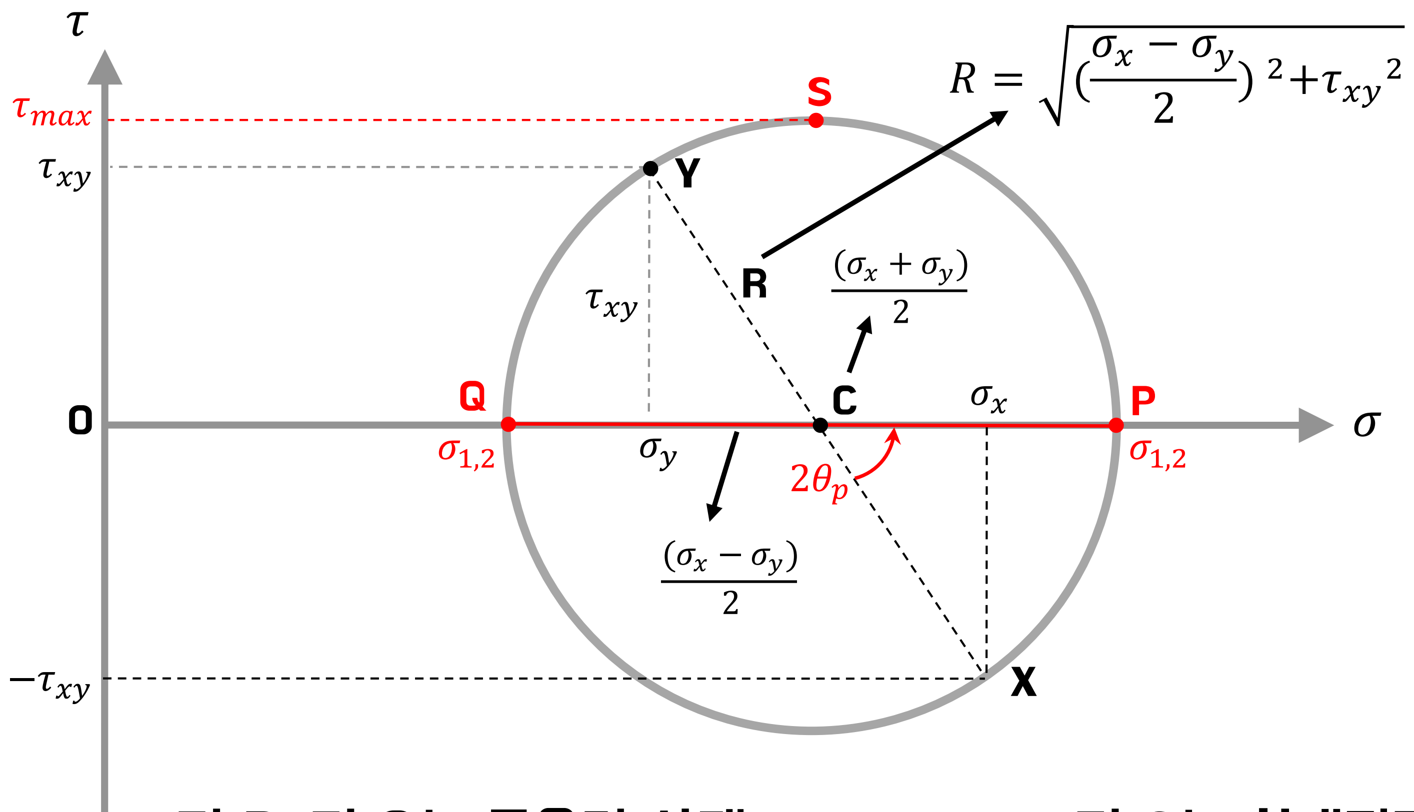


$$\begin{aligned}
\sigma_{x'} &= \overline{OC} + R\cos(2\theta_p - 2\theta) \\
&= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R(\cos 2\theta_p \cos 2\theta + \sin 2\theta_p \sin 2\theta) \\
&= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \cancel{R}\left(\frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\cancel{R}} \cdot \cos 2\theta + \frac{\tau_{xy}}{\cancel{R}} \cdot \sin 2\theta\right) \\
&= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \tau_{xy}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{x'y'} &= R\sin(2\theta_p - 2\theta) \\
&= R(\sin 2\theta_p \cos 2\theta - \cos 2\theta_p \sin 2\theta) \\
&= \cancel{R}\left(\frac{\tau_{xy}}{\cancel{R}} \cdot \cos 2\theta - \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\cancel{R}} \cdot \sin 2\theta\right) \\
&= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \cos 2\theta \cdot \tau_{xy}
\end{aligned}$$

TheMAD

Mohr 원의 의미



점 P, 점 Q는 주응력 상태

$$\sigma_{1,2} = C \pm R$$

$$= \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

점 S는 최대전단응력상태

$$\tau_{max} = \pm R$$

$$= \pm\sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

Mohr 원의 해석

- 주응력이 존재하는 면에서는 전단응력이 모두 0
- 평면에서의 두 주응력의 좌표는 $(\sigma_1, 0)$과 $(\sigma_2, 0)$, Mohr 원에서 축 위의 두 점이 됨
- (σ_x, τ_{xy})로 주어진 점에서 주응력이 있는 점으로 이동하기 위해서는 Mohr 원에서 $2\theta_p$ 만큼을 회전해야 하며 이는 식 (8)에서 주어진 주평면 각도와 동일함
- 그러므로 주어진 응력상태에서 주응력이 있는 평면으로 가기 위해서는 응력요소를 θ_p 만큼 회전시키면 된다. 또한 Mohr 원에서 두 주응력 σ_1 과 σ_2 는 다음과 같이 표시 가능.

$$\sigma_1 = C + R$$

$$\sigma_2 = C - R$$

- 최대 전단응력은 Mohr 원에서 τ가 최대로 되는 지점
- 그 지점은 원의 중심점 C에서 위와 아래의 두 점
- 즉, τ가 최대로 되는 두 점의 좌표는 (C, R) 또는 (C, -R)
- 최대 전단응력 τ_{max} = R

Mohr 원을 활용한 인장과 비틀림의 해석

- 아래 그림과 같이 봉이 인장을 받고 있을 때 한 점에서의 응력은 수직응력 σ_x 만 존재
- 따라서 전단응력이 0이 되는 주응력 평면에 있는 것과 동일
- σ_x 자체가 주응력 σ_1 이 되며 σ_2 = 0이다. 두 점의 좌표는 각각 (σ_1, 0), (0,0)
- 최대 전단응력 τ_{max} 는 시계반대 방향으로 90도 만큼 회전시킨 지점에 있으므로
- 응력요소에서 표시할 때는 45도 만큼 회전시킨 요소가 됨을 알 수 있다.

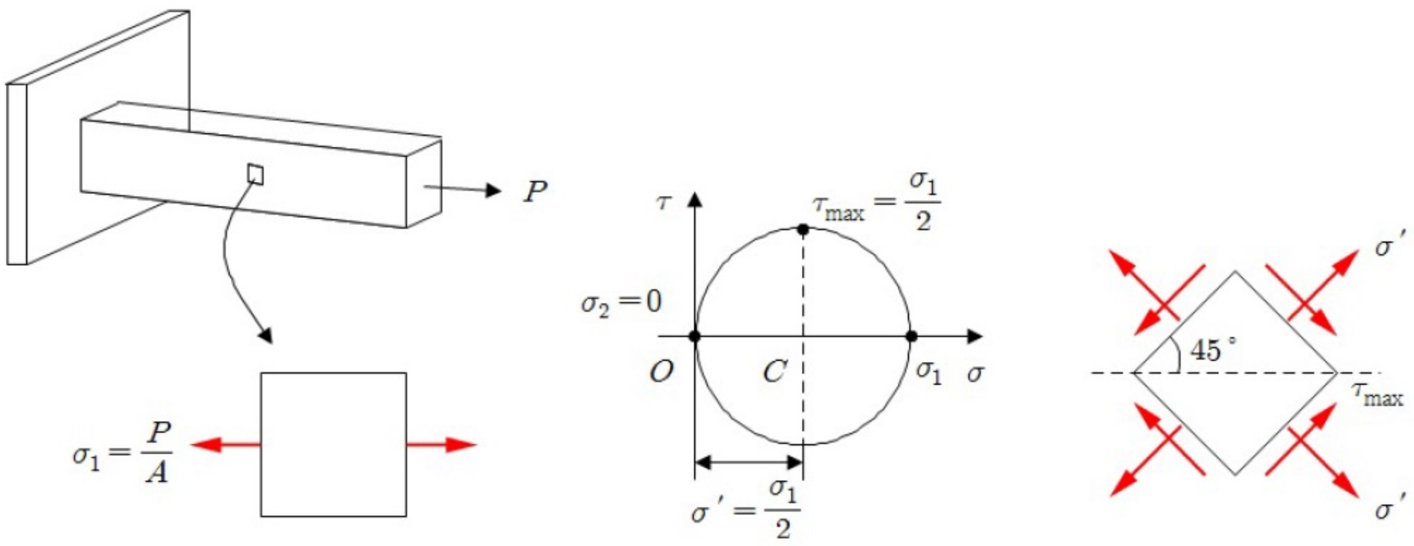


Figure: 인장과 Mohr 원

TheMAD

Mohr 원을 활용한 인장과 비틀림의 해석

- **아래 그림은 비틀림에 의한 전단응력**
- **전단응력 τ_{xy} 를 Mohr 원에 표시하면 원점을 중심으로 하는 두 점 (τ_{xy},0)과 ($-\tau_{xy}$,0)**
- **그 중 한 점에서 주응력 평면으로 가기 위해서는 90도 만큼 회전하면 된다.**
- **두 주응력은 (σ_1 = τ_{xy})와 (σ_2 = -τ_{xy})가 된다.**
- **응력요소에 표시하면 인장과 압축응력으로 작용**

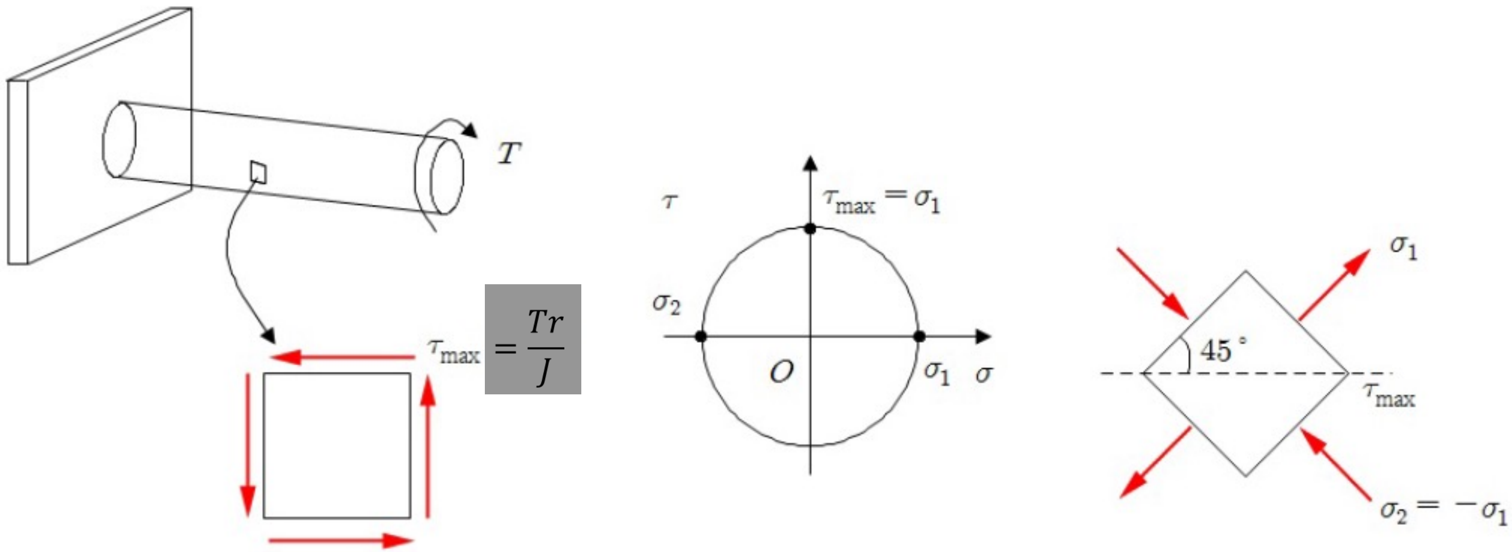


Figure: 비틀림과 Mohr 원

TheMAD

예제 7.

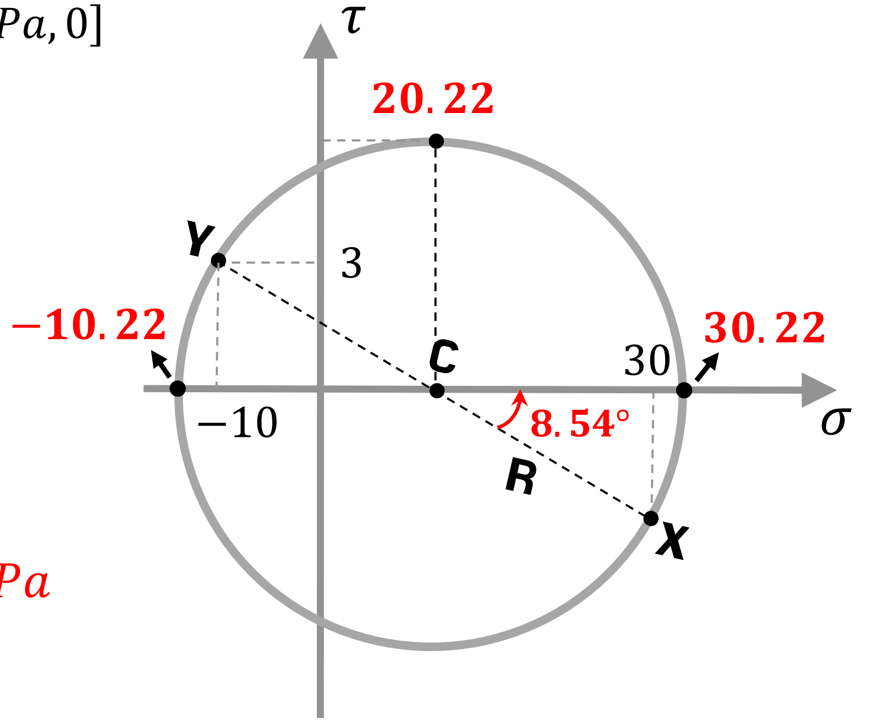
기계 부품의 한 점에서의 응력이 σ_x = 30 MPa, σ_y = -10 MPa, τ_{xy} = 3 MPa 과 같이 주어질 때 주응력 평면(θ_p)과 주응력 σ_1, σ_2 과 최대 전단응력 τ_{max} 을 Mohr 원에 표시하시오.

$$tan2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} = \frac{2\times3}{30-(-10)} = \frac{3}{20} \qquad \therefore \theta_p = 4.27°$$

$$C = \left[\frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2}, 0\right] = \left[\frac{(30+(-10))}{2}, 0\right] = [10\ MPa, 0]$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{30-(-10)}{2}\right)^2 + (3)^2} = 20.22\ MPa$$



$$\sigma_{1,2} = C \pm R = 30.22\ MPa \quad or \quad -10.22\ MPa$$

$$\tau_{max} = \pm R = \pm 20.22\ MPa$$

TheMAD

응력변환의 중요성

- 응력에 대한 내용을 배우는 사람들은 언젠가는 응력 변환이라는 주제를 만나게 된다.
- 응력의 개념 자체는 이해하기 어렵지 않다고 해도 왜 응력의 변환이 필요한가에 대해서 처음부터 이해하고 공부하는 사람들은 많지 않다고 본다.
- 앞에서도 설명하였듯이 응력은 작용하고 있는 지점의 위치와 그 점을 지나는 면의 경사도에 따라 달라지는 물리량이다. 그러므로 같은 지점이라고 해도 그 점에서의 경사를 다르게 하는 면이 있다면 응력의 성분이 달라지게 된다. 한 점에서의 응력의 절대값은 일정하지만 경사에 따라 응력의 성분 - 수직응력과 전단응력-은 달라지게 된다.
- 만일 한 점에서 전단응력은 다 사라지고 수직응력 성분만 남아있는 경사면이 있다면 그것을 주평면이라고 하고 그때의 수직응력을 주응력이라고 한다는 것을 앞에서 설명하였다.
- 재료의 파손은 그 종류에 따라서 취성 재료에서와 같이 수직응력이 큰 역할을 하는 경우도 있고 반대로 연성 재료에서와 같이 전단응력이 파손에 더 큰 기여를 하는 경우도 있다.
- 그러므로 같은 크기를 가지는 응력이라고 해도 수직응력 성분과 전단응력 성분이 어떻게 구성되는가에 따라 파손으로 부터 안전하다고 볼 수도 있고 그렇지 않을 수 도 있게 되며 이것은 경사면의 상태에 따라서 달라진다.

TheMAD

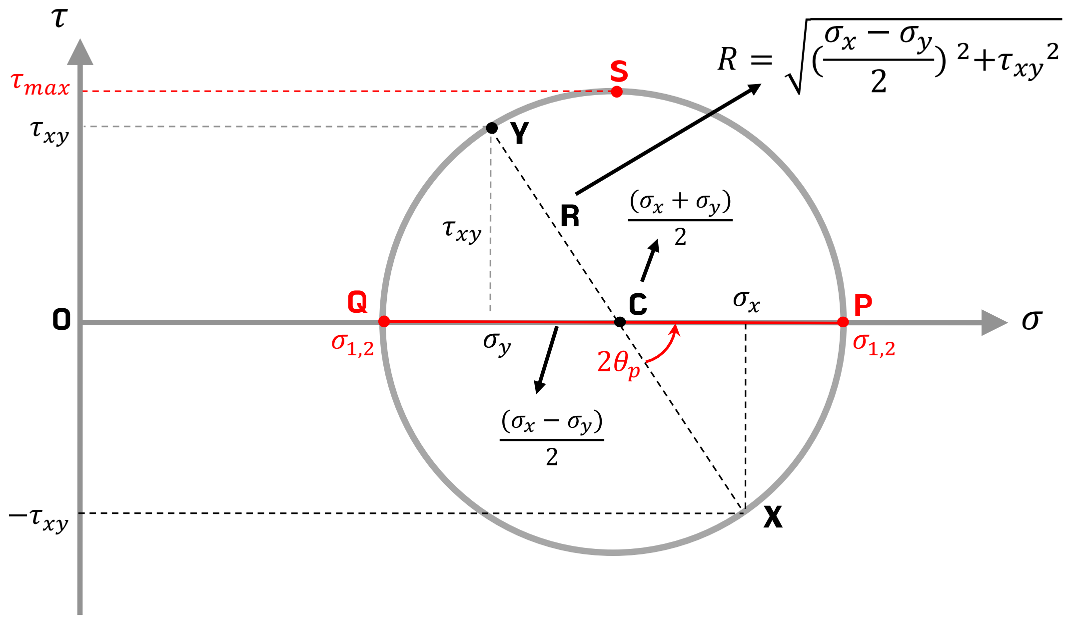
Chapter 3. 요약

- **응력의 요소: 면의 방향 + 응력의 방향 → 행렬화** $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$

- **힘의 평형, 모멘트의 평형 →** $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$

- **응력의 변환** $\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$

- **Mohr 원**



TheMAD